

# **Messung und Modellierung der akustischen Eigenschaften von Streckmetall**

## **Diplomarbeit**

von

**Stefan Fuhs**

durchgeführt am

Institut für Elektronische Musik und Akustik  
der Universität für Musik und Darstellende Kunst in Graz

Betreuer:

o.Univ.-Prof. Mag. DI Dr.techn. Robert Höldrich

in Kooperation mit

Dr. Tomberger Ziviltechniker GmbH

Graz, im Juni 2003

An dieser Stelle möchte ich mich bei all jenen bedanken, die mir bei der Erstellung dieser Arbeit behilflich waren.

Großer Dank gebührt meinem Betreuer o.Univ. Prof. Mag. DI. Dr.techn. Robert Höldrich, der mit seinen zahlreichen fachlichen Anregungen und kompetenten Hilfestellungen mich durch die Diplomarbeit begleitet hat.

Der gesamten Belegschaft des IEM danke ich für das angenehme Arbeitsklima. Im Speziellen möchte ich mich aber bei Stefan, Markus, Neli, Luis und Thomas bedanken, die mir bei Problemen stets Gehör geschenkt haben und mit ihrem Wissen zur Stelle waren.

Herrn DI Dr.techn. Gerhard Tomberger danke ich für die Idee des Diplomarbeitthemas und die Bereitstellung der Materialproben.

Für das Korrekturlesen der Diplomarbeit bedanke ich mich bei Karin, Maria und Markus, wobei meiner Freundin Karin besonderer Dank für ihre Unterstützung gebührt.

Mein größter Dank gilt aber meinen Eltern, die mir durch ihren Fleiß mein Studium ermöglicht haben.

Stefan Fuhs  
Graz, im Juni 2003

## Zusammenfassung

In der Architektur werden Streckmetallgitter oft zur Verkleidung von Decken mit dahinterliegenden Lüftungs- oder Haustechnikanlagen verwendet. Auf Grund der oft großflächigen Anbringung solcher Streckmetallgitter, sind die Auswirkungen auf die Raumakustik nicht zu vernachlässigen. Erstes Ziel dieser Arbeit ist es einen einfachen und kostengünstigen Messaufbau zu entwickeln mit dem die Absorptionskoeffizienten von Streckmetall im Oktavbandabstand bestimmt werden können. Auf Grund des großen Lochanteils der dreidimensionalen Struktur des Streckmetallgitters, werden die Absorptionskoeffizienten in unterschiedlichen Schalleinfallswinkeln gemessen. Die Impulsantwortmessung erfolgt mit der logarithmischen Sinus Sweep-Technik. Entsprechend der Einfügedämpfungsmethode wird eine Messung mit und ohne Materialprobe durchgeführt. Die Ergebnisse werden zueinander in Verhältnis gesetzt, und ergeben somit den Absorptionsgrad des Prüfobjektes. Um den Direktschall und die Schallreflexionen von den entfernteren Wänden des Messraumes auszublenden, wird eine simulierte Freifeldmessung dahingehend erzeugt, indem man ein Zeitfenster über die erste Reflexion legt. Des weiteren werden mehrere Verfahren diskutiert, wie die tieffrequenten Ausschwinger der Lautsprecherimpulsantwort aus der Probenreflexion beseitigt werden können. Im zweiten Teil dieser Arbeit wurde ein Computermodell in MATLAB entwickelt, in dem der Messaufbau simuliert wird. Mit Hilfe der wellentheoretischen Berechnung des Schallfeldes wird der Messfehler der Messung infolge der endlich großen Probenfläche und der miteinwirkenden Probenumgebung berechnet.

## **Abstract**

In architecture expanded metal gratings are often used for encasing ceilings with ventilating systems behind. The mounting of the expanded metal gratings in large surfaces has a bearing on the room acoustics which can't be disregarded.

First ambition of this diploma thesis is to develop a simple and cost-effective measuring system for determining the octave absorption coefficients of expanded metal gratings. Because of the large hole-ratio and the three-dimensional structure of the expanded metal gratings, the absorption coefficients have to be determined in oblique incidence as well. The absorption coefficient is defined on the concept of insertion loss. The impuls response measurement ist implemented with the swept-sine technique. With the insertion-loss method the measurement is carried out twice, with and without the expanded metal gratings on a rigid floor. After fading out the unwanted reflections by using the window-technique the results of the two measurements are related to each other. Furthermore several methods for eliminating the impulsresponse of the loudspeaker from the reflection of the specimen under test are discussed.

The second part of this diploma thesis is to develop a MATLAB-programm which simulates the measurement setup. These calculations are based on the wavefield theorie, where the measuring error due to the finit dimension of the specimen and the affecting surrounding area is calculated.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>EINLEITUNG</b> .....	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Was ist Streckmetall?</b> .....	<b>2</b>
1.1.1	Allgemeines .....	2
1.1.2	Begriffe .....	3
<b>1.2</b>	<b>Kapitelübersicht</b> .....	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>WELLENTHEORIE UND SCHALLFELDBERECHNUNGEN</b> .....	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>Grundlagen</b> .....	<b>5</b>
2.1.1	Darstellung von sinusförmigen Größen.....	5
2.1.2	Grundlagen der Schallwellenausbreitung .....	5
2.1.3	Ebene Wellenausbreitung .....	6
2.1.4	Sphärische Wellenausbreitung.....	7
<b>2.2</b>	<b>Schallfeldberechnungen</b> .....	<b>8</b>
2.2.1	Akustische Holographie .....	8
2.2.2	Huygen-Fresnel'sches Prinzip .....	9
2.2.3	Kirchhoff-Helmholtz Integral.....	9
2.2.4	Rayleigh Integrale.....	12
2.2.4.1	Rayleigh Integral 1 .....	13
2.2.4.2	Rayleigh Integral 2 .....	14
<b>3</b>	<b>SIMULATIONSPROGRAMM UND FEHLERBERECHNUNG</b> .....	<b>15</b>
<b>3.1</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b> .....	<b>15</b>
3.1.1	Zweidimensionale Fouriertransformation .....	16
3.1.2	Räumliches Aliasing durch Diskretisierung .....	16
<b>3.2</b>	<b>Algorithmus zur Simulationsberechnung</b> .....	<b>17</b>

<b>3.3</b>	<b>Interpretation der Simulationsergebnisse.....</b>	<b>22</b>
3.3.1	Simulationsbeispiel 1 .....	23
3.3.2	Simulationsbeispiel 2 .....	27
3.3.3	Simulationsbeispiel 3 .....	29
3.3.4	Simulationsbeispiel 4 .....	30
<b>4</b>	<b>METHODEN ZUR IMPULSANTWORTMESSUNG.....</b>	<b>32</b>
<b>4.1</b>	<b>Allgemeines.....</b>	<b>32</b>
<b>4.2</b>	<b>Erregersignale .....</b>	<b>33</b>
4.2.1	Impulserregung .....	33
4.2.2	Rauschen.....	33
4.2.3	Pseudorauschen.....	33
4.2.4	Zeitgedehnter Impuls .....	33
<b>4.3</b>	<b>Time Delay Spectrometry (TDS) .....</b>	<b>34</b>
<b>4.4</b>	<b>Maximum Length Sequence (MLS) .....</b>	<b>36</b>
<b>4.5</b>	<b>Sweeptechnik .....</b>	<b>38</b>
4.5.1	Systemtheoretische Grundlagen .....	39
4.5.2	Generierung des Sweeps .....	42
4.5.3	Messumgebung .....	43
<b>5</b>	<b>MESSMETHODEN ZUR RICHTUNGSABHÄNGIGEN REFLEXIONSAKTORMESSUNG.....</b>	<b>46</b>
<b>5.1</b>	<b>Allgemeine Grundlagen.....</b>	<b>46</b>
5.1.1	Geometrische Schallausbreitungsgesetze .....	46
5.1.2	Der Absorptionsgrad.....	47
5.1.3	Fresnel'sche Zonen.....	48
5.1.4	Methoden zur Messung des Absorptionskoeffizienten.....	52
5.1.4.1	Kundt'sches Rohr .....	52
5.1.4.2	Das Hallraumverfahren.....	53
<b>5.2</b>	<b>Messung des Absorptionskoeffizienten basierend auf der Einfügedämpfungsmethode .....</b>	<b>53</b>
5.2.1	Allgemeine Grundlagen.....	53
5.2.2	Beschreibung des Messaufbaus .....	54
5.2.3	Verfahren zur Auswertung der Messung.....	56
5.2.3.1	Cepstralanalyse .....	65
5.2.3.2	Pol-Nullstellen Modellierung der Lautsprecherimpulsantwort .....	67
5.2.4	Auswertung „in-situ“ durchgeführter Messungen nach der Einfügedämpfungsmethode .....	71

<b>5.3</b>	<b>Messung des Absorptionskoeffizienten mit Hilfe des Transmissionsgrades....</b>	<b>75</b>
5.3.1	Beschreibung des Messaufbaus .....	75
5.3.2	Verfahren zur Auswertung der Messung.....	76
<b>6</b>	<b>AUSWERTUNG UND INTERPRETATION DER MESSERGEBNISSE.....</b>	<b>80</b>
<b>6.1</b>	<b>Messergebnisse zur Einfügedämpfungsmethode .....</b>	<b>80</b>
6.1.1	Streckmetallmessung .....	80
6.1.1.1	Probenmaterial.....	80
6.1.1.2	Probenaufbau.....	81
6.1.1.3	Analyse der Impulsantwortmessung.....	82
6.1.1.4	Folienmessung .....	87
6.1.2	Allgemeines .....	87
6.1.2.1	Analyse der Impulsantwortmessung.....	87
6.1.2.2	Transmissionsgradmessung .....	89
<b>6.2</b>	<b>Messergebnisse zur Transmissionsgradmethode .....</b>	<b>89</b>
6.2.1	Absorptionsgradmessung.....	92
<b>6.3</b>	<b>Auswertung „in-situ“ durchgeführter Messungen nach der Einfügedämpfungsmethode .....</b>	<b>94</b>
<b>6.4</b>	<b>Messkette .....</b>	<b>95</b>
	<b>LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>98</b>

# 1 Einleitung

In der Architektur werden Streckmetallgitter oft zur Verkleidung von Decken mit dahinterliegenden Lüftungs- oder Haustechnikanlagen verwendet. Auf Grund der oft großflächigen Anbringung von Streckmetallgitter sind die Auswirkungen auf die Raumakustik nicht zu vernachlässigen. Ein Ziel dieser Arbeit ist es, einen einfachen und kostengünstigen Messaufbau zu entwickeln, mit dem die Absorptions- und Transmissionskoeffizienten von Streckmetall bestimmt werden können. Auf Grund des großen Lochanteils und der dreidimensionalen Struktur der Streckmetallgitter werden die Absorptions- und Transmissionskoeffizienten bei unterschiedlichen Schalleinfallswinkeln gemessen ( $0^\circ$  bis  $45^\circ$ ).

Zur Messung solcher komplexer Reflexionsfaktoren finden sich in der Literatur eine ganze Reihe von Messverfahren, die je nach speziellem Anwendungsfall mehr oder weniger gut den gestellten Anforderungen genügen. Die bekanntesten Methoden zur Bestimmung des Absorptions- bzw. Reflexionsgrades sind die Messung im Kundt'schen Rohr und das Hallraumverfahren.

Ausgangspunkt des in dieser Arbeit verwendeten Messverfahrens bildet eine auf dem logarithmischen Sweep beruhende Methode zur Messung von Impulsantworten. Die Berechnung des Absorptionskoeffizienten beruht auf der Messung der Einfügedämpfung, die sich aus dem Verhältnis der Reflexion der Prüffläche zur Reflexion einer schallharten Fläche ergibt. Des weiteren wurde eine Messmethode entwickelt, bei der der Absorptionskoeffizient mit Hilfe des gemessenen Transmissionsgrades berechnet wird. Die Auswertung der Messergebnisse erfolgt in MATLAB.

Im Zuge dieser Arbeit wurde auch ein MATLAB-Programm entwickelt, das den Fehler des aus der Messung gewonnenen Absorptionskoeffizienten auf Grund der endlich großen Probenfläche berechnet.

## 1.1 Was ist Streckmetall?

### 1.1.1 Allgemeines

Der Begriff „Streckmetall“ (Streckgitter) ist in den Normen DIN 791, BS 405 sowie BS 4592 Teil 2 definiert. Streckmetall ist ein Material mit Öffnungen in der Fläche, welches durch versetzte Schnitte ohne Materialverlust, unter gleichzeitiger streckender Verformung entsteht. Die Maschen des so gefertigten Materials sind meist rautenförmig, rund oder quadratisch und sind weder geflochten noch geschweißt. Das Material kann auf jedes beliebige Maß zugeschnitten werden, ohne seinen festen, inneren Zusammenhalt zu verlieren oder sich aufzulösen. Streckgitter weist eine im Produktionsverfahren begründete Verdrehung auf, die ihm eine dreidimensionale Eigenschaft verleiht. Es kann aber auch flachgewalzt werden, somit ist es universell einsetzbar. Streckgitter wird in der Regel aus Stahlblech gefertigt, kann aber auch aus Edelstahl, Kupfer, Messing, Aluminium oder Kunststoff bestehen [Sorst], [Prometall].

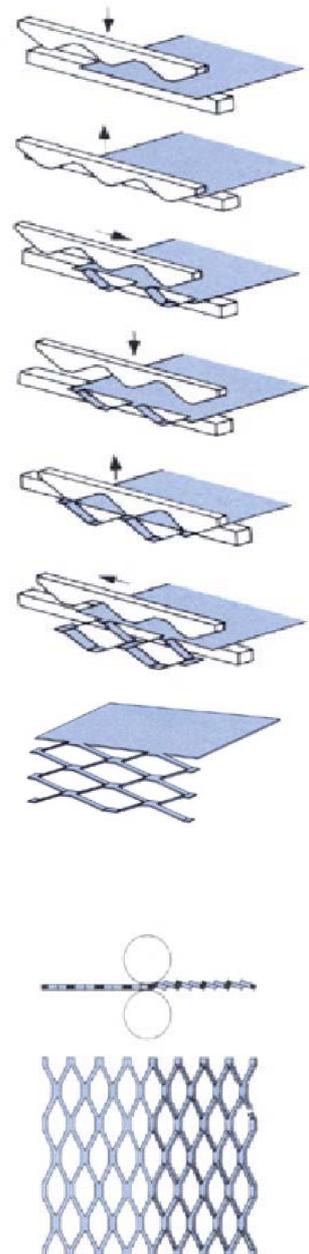


Abb. 1.1: Erzeugung von Streckgitter bzw. Flachwalzen von Streckgitter [Sorst]

### 1.1.2 Begriffe

In der Streckgitterverarbeitung werden in Anlehnung an die DIN 791 folgende Begriffe verwendet [Prometall].

- 1 Streckmetall
- 2 Streckgitterbreite, gemessen in Richtung der langen Diagonale der Masche
- 3 Streckgitterlänge, gemessen in Richtung der kurzen Diagonale der Masche
- 4 Masche: Element des Streckgitters, bestehend aus Stegen und der von diesen umschlossenen, rautenförmigen Öffnung. Die Größe der Masche ist abhängig von der Maschenlänge und der Maschenbreite.
- 5 Maschenlänge: Abstand von Mitte Knotenpunkt zu Mitte Knotenpunkt in Richtung der langen Diagonalen.
- 6 Maschenbreite: Abstand von Mitte Knotenpunkt zu Mitte Knotenpunkt in Richtung der kurzen Diagonalen.
- 7 Maschenöffnung: Öffnung zwischen vier Stegen
- 8 Stegbreite: Breite des zwischen den Öffnungen verbleibenden Materials
- 9 Stegdicke: Dicke des verwendeten Materials
- 10 Knotenpunkt: Kreuzungspunkt zwischen vier aneinanderstoßenden Stegen
- 11 Kontenlänge: Abstand zwischen zwei langen Diagonalen
- 12 Knotenbreite: entspricht ungefähr der doppelten Stegbreite
- 13 Streckgitterdicke: Gesamtdicke des Streckgitters

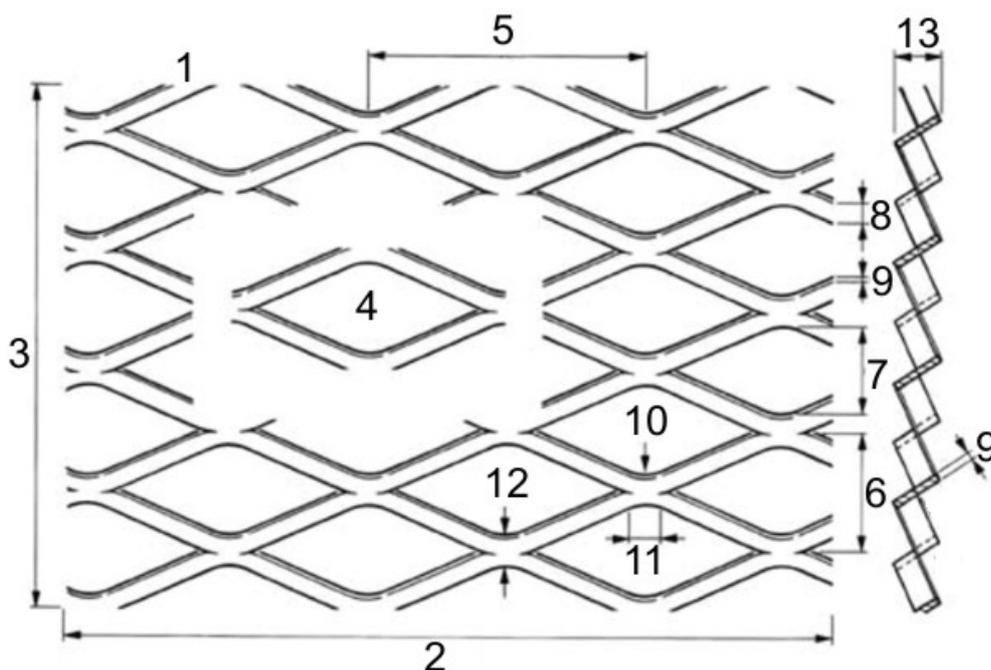


Abb. 1.2: Streckgitter mit Verweisen zu den Begriffen in der Streckgitterverarbeitung [Prometall]

## 1.2 Kapitelübersicht

Zu Beginn bietet das Kapitel 2 einen Einblick in die Grundlagen der Schallausbreitung. Danach folgt die Schallfeldberechnung mit Hilfe des holografischen Ansatzes in der Akustik. Ausgehend vom Kirchhoff-Helmholtz Integral wird die Monopol- und Dipolquellenverteilung auf einer Oberfläche berechnet.

Das Kapitel 3 beschäftigt sich aufbauend auf die Schallfeldberechnung im Kapitel 2 mit der Entwicklung eines Simulationsprogramms in MATLAB. Ziel ist es, den Messfehler auf Grund der endlich großen Probenfläche des Messaufbaues zu berechnen. Anschließend wird an Hand einiger Simulationsbeispiele gezeigt, wie sich der Schalldruck auf der Probenfläche verteilt und mit welchem Fehler des Absorptionskoeffizienten jeweils zu rechnen ist.

Im Kapitel 4 werden verschiedene Methoden zur Impulsantwortmessung behandelt. Time Delay Spectrometry (TDS), Maximum Length Sequence (MLS) und Sweeptchnik (log. Sinus Sweep) werden erklärt. Auf die log. Sinus Sweep-Technik wird genauer eingegangen, da sie für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen verwendet wird.

Das Kapitel 5 behandelt die Messmethoden zur richtungsabhängigen Reflexionsfaktormessung. Als erstes wird die Messung des Absorptionskoeffizienten basierend auf der Einfügedämpfungsmethode erklärt. Des weiteren werden Modelle zur Beseitigung störender Reflexionen in der Lautsprecherimpulsantwort behandelt (Lautsprecherentzerrung, komplexes Cepstrum und Pol-/Nullstellenmodellierung von Lautsprecherimpulsantworten). Bei der zweiten Messmethode geht es um die Auswertung „in-situ“<sup>1</sup> durchgeführter Messungen mit der Einfügedämpfungsmethode in Kombination mit der Schallfeldberechnung im Simulationsprogramm. Abschließend wird noch eine dritte Messmethode vorgestellt, die mit Hilfe des Transmissionsgrades den Absorptionskoeffizienten berechnet.

Im Kapitel 6 werden die Messergebnisse ausgewertet, interpretiert und diskutiert.

---

<sup>1</sup> „in-situ“ = an Ort und Stelle

## 2 Wellentheorie und Schallfeldberechnungen

### 2.1 Grundlagen

#### 2.1.1 Darstellung von sinusförmigen Größen

Harmonische zeitveränderliche Größen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , der Amplitude  $A$  und der Zeitvariablen  $t$  können wie folgt dargestellt werden.

$$\underline{x} = A \cdot e^{j(\omega t + \varphi_A)} = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_A) + jA \cdot \sin(\omega t + \varphi_A) \quad (2.1)$$

#### 2.1.2 Grundlagen der Schallwellenausbreitung

Da es über die Ausbreitung von Schallwellen ausreichend Literatur gibt, wird hier nur das Zustandekommen der Wellengleichung kurz erläutert und die Größen die mit dieser Arbeit in direktem Zusammenhang stehen angeführt.

Die Wellengleichung für die Schallausbreitung unter Freifeldbedingungen ergibt sich aus folgenden physikalischen Grundgleichungen mit den Größen Schalldruck  $p$ , Schallschnelle  $v$ , Schallausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  und Dichte  $\rho$ .

- Adiabatische Zustandsgleichung:  $\nabla p = c^2 \cdot \nabla \rho$  (2.2)

- Euler'sche Bewegungsgleichung:  $-\nabla p = \rho \cdot \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  (2.3)

- Kontinuitätsgleichung:  $-\operatorname{div}(\rho \cdot \vec{v}) = \frac{\partial \rho}{\partial t}$  (2.4)

Aus der Kombination der drei physikalischen Grundgleichungen (2.2), (2.3) und (2.4) ergibt sich für den skalaren Schalldruck  $p$  eine homogene lineare Differenzialgleichung 2. Ordnung der Form

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \cdot \Delta p \quad . \quad (2.5)$$

Über den Zusammenhang mit der Bewegungsgleichung (2.6), die auch wie folgt geschrieben werden kann

$$\nabla p = -j\omega\rho \cdot \vec{v} \quad , \quad (2.6)$$

berechnet sich die Wellengleichung für die vektorielle Schallschnelle  $\vec{v}$  zu

$$\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = c^2 \cdot \Delta \vec{v} \quad . \quad (2.7)$$

Die Wellengleichung ist nur in den einfachsten Fällen exakt lösbar, sonst gibt es nur Näherungslösungen, da nicht alle Randbedingungen erfasst werden können.

### 2.1.3 Ebene Wellenausbreitung

Betrachtet man reflexionsfreie Schallausbreitung entlang einer einzigen Dimension (z.B. in x-Richtung), erhält man die spezielle Lösung der Wellengleichung (2.5) für ebene Wellen.

$$\underline{p}(x, t) = \underline{A} \cdot e^{-j(kx - \omega t)} = A \cdot e^{-j(kx - \omega t + \varphi_A)} \quad (2.8)$$

Wobei  $k$  die Wellenzahl mit  $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$  darstellt. Durch die Verknüpfung von Gl. (2.8) mit der eindimensionalen Euler'schen Bewegungsgleichung

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \cdot \frac{\partial v_x}{\partial t} \quad (2.9)$$

ergibt sich die komplexe Schallschnelle in x-Richtung zu

$$\underline{\vec{v}}(x, t) = \frac{\underline{p}}{\rho \cdot c} \mathbf{e}_x = \frac{\underline{p}}{Z} \mathbf{e}_x \quad . \quad (2.10)$$

Die Schallkennimpedanz<sup>2</sup>  $Z = \rho c$  ist eine vom Medium abhängige Größe. Da sie im Fall der ebenen Wellenausbreitung eine reelle Proportionalitätskonstante darstellt, sind Schalldruck  $p$  und Schallschnelle  $\vec{v}$  in Phase.

<sup>2</sup> Für Luft mit einer Temperatur von 20°C beträgt die Normdichte  $\rho_0 = 1,2 \text{ kg/m}^3$  und die Schallausbreitungsgeschwindigkeit  $c = 343,3 \text{ m/s}$ . Daraus berechnet sich  $Z_0$  zu ca.  $412 \text{ Ns/m}^3$ .

### 2.1.4 Sphärische Wellenausbreitung

Bei einer Kugelschallquelle, auch als Punktschallquelle oder als Kugelstrahler nullter Ordnung bezeichnet, wird der Schall kugelförmig nach allen Seiten abgestrahlt. Die dreidimensionale Darstellung der sphärischen Wellenausbreitung erfolgt im Kugelkoordinatensystem. Als Lösung der Wellengleichung des Drucks  $p$ , Gl. (2.5), erhält man

$$\underline{p}(\vec{r}, t) = \frac{A}{r} \cdot e^{-j(kr - \omega t)} = \frac{A}{r} \cdot e^{-j(kr - \omega t + \varphi_A)} = \frac{A}{r} \cdot \cos(\omega t - kr + \varphi_A) + j \frac{A}{r} \cdot \sin(\omega t - kr + \varphi_A). \quad (2.11)$$

Der Schalldruck auf einer Kugeloberfläche ist konstant und somit nur von  $r$ , nicht aber von  $\vartheta$  und  $\varphi$  abhängig. Mit Hilfe der Bewegungsgleichung (2.3) erhält man nun

$$\underline{\vec{v}}_r = \frac{\underline{p}}{\rho \cdot c} \cdot \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) \cdot \mathbf{e}_r = \left[ \frac{1}{\rho c} \frac{A}{r} \cdot e^{-j(kr - \omega t + \varphi_A)} + \frac{1}{\rho c} \cdot \frac{A}{k \cdot r^2} \cdot e^{-j(kr - \omega t + \varphi_A)} \right] \cdot \mathbf{e}_r \quad (2.12)$$

als Ausdruck für die komplexe Schallschnelle  $\underline{\vec{v}}$ . Aus der Gl. (2.12) geht hervor, dass der Druck  $p$  und die Schnelle  $\underline{\vec{v}}$  über eine komplexe Kugelwellenimpedanz  $\underline{Z}_{Ku}$  (Schallfeldimpedanz) miteinander in Verbindung stehen.

$$\underline{Z}_{Ku} = \frac{\rho \cdot c}{1 + \frac{1}{jkr}} \quad (2.13)$$

Während die Amplitude des Schalldrucks proportional  $1/r$  gedämpft wird, muss man für Aussagen über das Verhalten der Schallschnelle zwei Fallunterscheidungen durchführen.

#### Fernfeld:

Der zweite Term von Gl. (2.12) verschwindet für Werte  $kr \gg 1$ . Somit sind in unendlicher Entfernung Schalldruck und Schallschnelle in Phase. Im Gegensatz zur ebenen Wellenausbreitung besteht aber trotzdem eine Abnahme der Amplitude mit  $1/r$ .

#### Nahfeld:

Für Werte  $kr \ll 1$  wird der erste Term in Gl. (2.12) vernachlässigbar klein. Die Phasendifferenz zwischen Schalldruck und Schallschnelle wächst bis auf  $90^\circ$  an. Die Dämpfung der Amplitude der Schallschnelle<sup>3</sup> ist proportional  $1/r^2$ .

<sup>3</sup> Der Term  $1/kr^2$  wächst im Nahfeld ( $r \ll \lambda$ ) bei kleinen Wellenzahlen stärker als bei großen. Diese Eigenschaft von Schnellmikrofonen ist in der Aufnahmetechnik als Nahbesprechungseffekt bekannt und äußert sich in einer Anhebung der tiefen Frequenzen.

### Monopol- und Dipolstrahler:

Die durch die Gleichungen (2.11) und (2.12) dargestellten Punktschallquellen (omnidirektionale Quellen) sind Monopolstrahler die sich durch eine radial in Phase schwingende Oberfläche auszeichnen. Ordnet man zwei solcher Punktquellen nebeneinander an und lässt sie gegenphasig schwingen, erhält man eine Punktschallquelle mit Dipolcharakteristik. Das Druckfeld des Dipolstrahlers ist definiert durch

$$\underline{p}(\vec{r}, t) = A \cdot \frac{1 + jkr}{r^2} \cdot e^{-j(kr - \omega t + \varphi_\lambda)} \quad (2.14)$$

Im Fernfeld wird die Richtungsabhängigkeit der Druckamplitude proportional  $\cos(\phi)$

$$\underline{p}(\vec{r}, t) = jk \cdot \frac{A}{r} \cdot e^{-j(kr - \omega t + \varphi_\lambda)} \cdot \cos(\phi) \quad (2.15)$$

## 2.2 Schallfeldberechnungen

### 2.2.1 Akustische Holographie

Der Begriff Holographie<sup>4</sup> stammt ursprünglich aus der Optik und wurde im Zuge des Konzeptes der Wellenfeldsynthese nach Berkhout [Berkhout, 1988][Berkhout, 1993] mit der Bezeichnung Holophonie in die Akustik eingeführt. Die Überlegungen basieren auf dem Huygen-Fresnel'schen Prinzip, bei dem eine möglichst originalgetreue räumliche Rekonstruktion der ursprünglichen Wellenfronten angestrebt wird. Mit Hilfe des Green'schen Satzes lässt sich die Helmholtzgleichung in das Kirchhoff-Helmholtz Integral (KHI) überführen. Das KHI drückt dann den Schalldruck in einem beliebigen Raumpunkt durch ein Integral des Schalldrucks und der Schallschnelle über eine geschlossene Oberfläche S aus. Für bestimmte Oberflächengeometrien lassen sich andere Green'sche Funktionen ansetzen, die zu einer vereinfachten Feldbeschreibung (Rayleigh Integrale) führen. Damit ist es nun möglich das Huygen-Fresnel'sche Prinzip näherungsweise in die Praxis umzusetzen.

<sup>4</sup> Holographie, griech., Ableitung von „holos“ (ganz, vollständig, unversehrt) und „graphein“ (schreiben, aufzeichnen). Holographie bedeutet also soviel wie „ganzheitliche Aufzeichnung“

### 2.2.2 Huygen-Fresnel'sches Prinzip

Das Huygen-Fresnel'sche Prinzip beschreibt die physikalischen Zusammenhänge bei der Ausbreitung von Wellen und besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfläche wieder Ausgangspunkt einer sekundären kugelförmigen Elementarwelle ist. Die Einhüllende dieser Elementarwelle bildet wieder eine neue Wellenfläche.

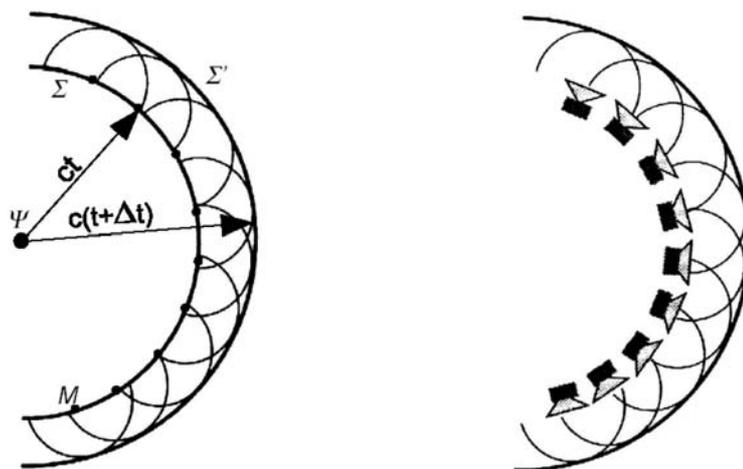


Abb. 2.1: a) Huygen-Fresnel'sches Prinzip      b) Rekonstruktion der Wellenfront

Die Primärquelle  $\Psi$  sendet eine Welle aus, die sich mit der Geschwindigkeit  $c$  im Raum ausbreitet. Nach der Zeit hat sich am Ort  $ct$  die Wellenfront  $\Sigma$  ausgebildet. Jeder Punkt  $M$  (Sekundärquelle) von  $\Sigma$  ist nun wieder Ausgangspunkt einer Elementarwelle, deren Überlagerungen zum Zeitpunkt  $t+\Delta t$  die Wellenfront  $\Sigma'$  am Ort  $c(t+\Delta t)$  erzeugen (Abb. 2.1a). Es ist also möglich, mit einer Anordnung von Sekundärquellen das Wellenfeld einer beliebigen primären Quelle vollständig nachzubilden (Abb. 2.1b) [Vogel, 1993] [Verheijen, 1998].

### 2.2.3 Kirchhoff-Helmholtz Integral

Eine zufällige Primärquellenverteilung erzeugt ein Wellenfeld  $P(\vec{r}, \omega)$  außerhalb des Volumens  $V$ . Der Schalldruck in einem Punkt  $A$ , der innerhalb eines quellenfreien Volumens liegt, kann durch die Berechnung des Wellenfeldes von Sekundärquellen auf der geschlossenen Oberfläche  $S$  bestimmt werden [Vogel, 1993] (siehe Abb. 2.2).

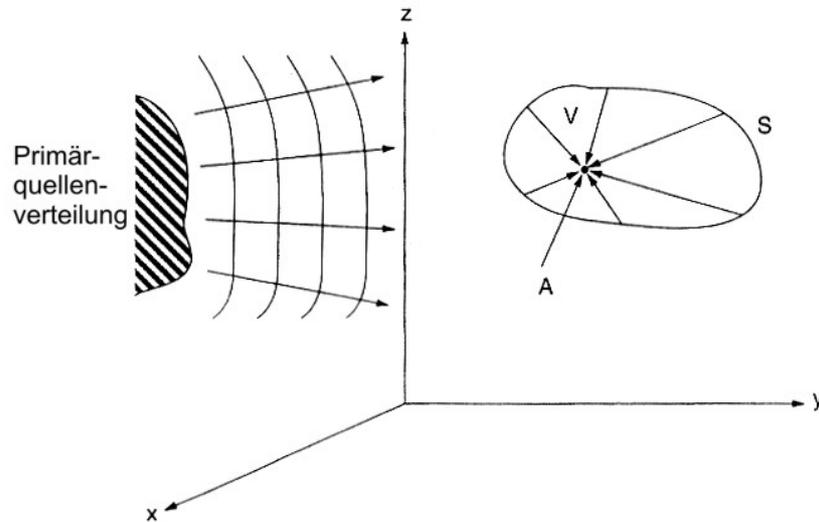


Abb. 2.2: Berechnung des Schalldrucks innerhalb eines abgeschlossenen quellenfreien Volumens [Vogel, 1993]

Innerhalb des Volumens  $V$  gehorcht das Wellenfeld der Helmholtzgleichung.

$$\nabla^2 P(\vec{r}, \omega) + k^2 P(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (2.16)$$

Für homogene Medien ist der Übertragungsweg von einem Punkt auf der Oberfläche  $S$  zum Punkt  $A$  der gleiche wie vom Punkt  $A$  zu dem Punkt auf der Oberfläche  $S$ . Positioniert man nun eine Monopolquelle im Punkt  $A$ , irgendwo innerhalb des Volumens  $V$  (siehe Abb. 2.3), so kann das Wellenfeld innerhalb des Volumens  $V$  wie folgt angeschrieben werden.

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \omega) + k^2 G(\vec{r}, \omega) = -4\pi\delta(\vec{r} - \vec{r}_A) \quad (2.17)$$

Die Funktion  $G(\vec{r}, \omega)$  in Gleichung (2.17) stellt die Green'sche Funktion dar.

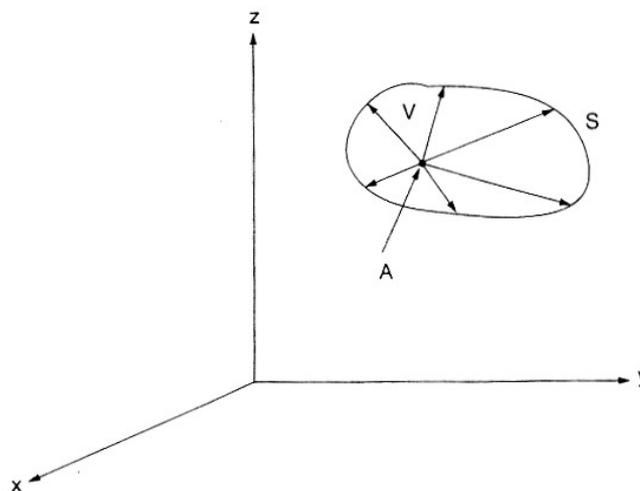


Abb. 2.3: Monopolquelle innerhalb des Volumens  $V$  [Vogel, 1993]

Kombiniert man nun die Gl (2.17) mit der Helmholtzgleichung (2.16), integriert über das Volumen  $V$  und wendet anschließend das Green'sche Theorem an, so erhält man das Kirchhoff-Helmholtz Integral (KHI) [Berkhout, 1982][Vogel, 1993].

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_S (P(\vec{r}, \omega) \nabla G(\vec{r}, \omega) - G(\vec{r}, \omega) \nabla P(\vec{r}, \omega)) \cdot \vec{n} dS \quad (2.18)$$

$$G(\vec{r}, \omega) = \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} + H(\vec{r}, \omega) \quad (2.19)$$

Setzt man die Funktion  $H(\vec{r}, \omega)$  in der Green'schen Lösungsfunktion (2.19) gleich 0 und fügt dies zusammen mit der Bewegungsgleichung (2.6) in Gleichung (2.18) ein so erhält man das KHI für homogene Medien (2.20) [Vogel, 1993][Verheijen, 1998].

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left( P(\vec{r}, \omega) \frac{1 + jk\Delta r}{\Delta r} \cos(\varphi) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} + j\omega\rho \cdot V_n(\vec{r}, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} \right) dS \quad (2.20)$$

Die Interpretation des KHI liefert folgende zwei Aussagen:

1.) Mit Hilfe des KHI lässt sich der Druck in jedem Punkt A eines Volumens  $V$  berechnen, wenn man den Druck  $P(\vec{r}, \omega)$  und die Normalkomponente  $V_n(\vec{r}, \omega)$  der Teilchengeschwindigkeit an der geschlossenen Oberfläche  $S$  des quellenfreien Volumens  $V$  kennt.

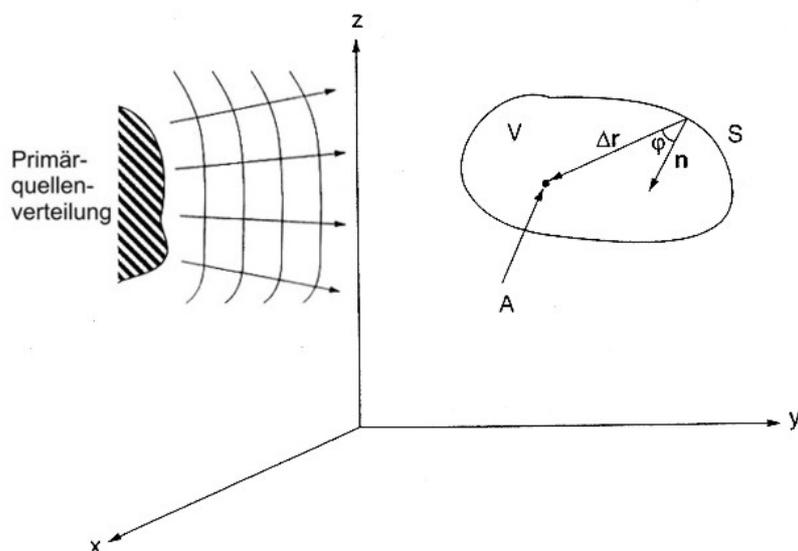


Abb. 2.4: Veranschaulichung des KHI [Vogel, 1993]

2.) Jedes Schallfeld kann durch eine Verteilung von Monopol- und Dipolquellen auf der Oberfläche  $S$  erzeugt werden. Der erste Term des KHI (2.20) bildet die Dipolquellenverteilung auf der Oberfläche  $S$ , wobei die Stärke jedes Dipols durch den Schalldruck  $P(\vec{r}, \omega)$  des einfallenden Wellenfeldes gegeben ist. Der zweite Term des KHI stellt die Monopolquellenverteilung auf der Oberfläche  $S$  dar, wobei die Stärke jedes Monopols durch die Normalkomponente der Teilchengeschwindigkeit  $V_n(\vec{r}, \omega)$  des einfallenden Wellenfeldes gegeben ist. Das gesamte Wellenfeld ist die Superposition dieser beiden Terme [Vogel, 1993].

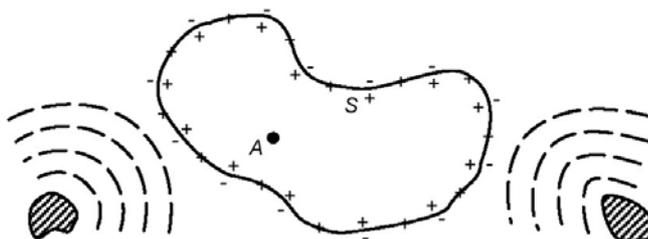


Abb. 2.5: Monopol- und Dipolquellenverteilung entlang der Hülle  $S$  des Volumens  $V$  [19]

Die originale Quellenverteilung wird im Folgenden als primäre Quellenverteilung bezeichnet, die Verteilung der Monopol- und Dipolquellen als sekundäre Quellenverteilung.

## 2.2.4 Rayleigh Integrale

Bei der Herleitung des KHI wurde in der Green'schen Funktion (2.19) das Wellenfeld  $H(\vec{r}, \omega) = 0$  gesetzt. Für die Funktion  $H(\vec{r}, \omega)$  kann aber auch jedes beliebige Wellenfeld außerhalb des Volumens  $V$  eingesetzt werden, wenn innerhalb des Volumens  $V$  Quellenfreiheit herrscht

$$\nabla^2 H(\vec{r}, \omega) + k^2 H(\vec{r}, \omega) = 0. \quad (2.21)$$

Für beliebige Oberflächenstrukturen  $S$  ist es schwierig ein  $H(\vec{r}, \omega)$  zu finden damit die Gl. (2.17) und Gl. (2.21) erfüllt sind, aber für ebene Oberflächenstrukturen kann ein geeigneter Ausdruck für  $H(\vec{r}, \omega)$  gefunden werden. Durch diese spezielle Wahl der Hüllfläche von  $V$  und der geeigneten Wahl von  $H(\vec{r}, \omega)$ , sodass sich die Sekundärstrahler auf entweder Mono- oder Dipolquellen beschränken, ergeben sich praktikable Näherungslösungen (Rayleighintegrale) des KHI.

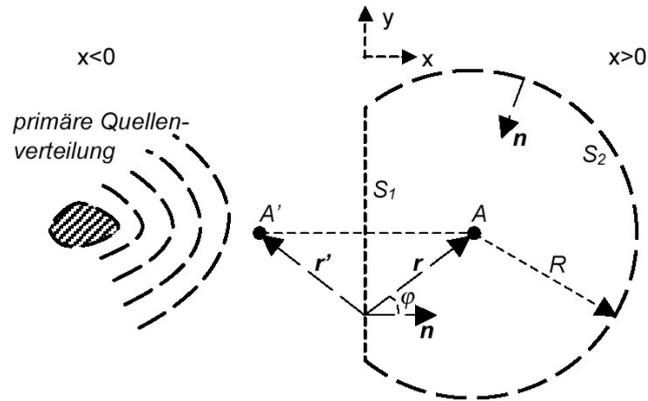


Abb. 2.6: Finden einer geeigneten Hüllfläche des Volumens V [Verheijen, 1998].

Die Abb. 2.6 zeigt, dass sich die Primärquellenverteilung im Halbraum  $x < 0$  befindet und dass die Integrationsfläche  $S$  des quellenfreien Volumens  $V$  auf die Fläche  $S_1$ , bestimmt durch die Ebene  $x=0$ , und die Halbkugelfläche  $S_2$  ( $x > 0$ ) aufgeteilt wird. Da sich alle Quellen im Halbraum  $x < 0$  befinden, wird das Volumen  $V$  für jeden Radius  $R$  quellenfrei sein. Geht der Radius  $R$  gegen unendlich, so rückt die Teilfläche  $S_2$  in immer größere Entfernung, bis ihr Beitrag zum KHI verschwindet. Der Integrationsbereich darf somit auf die Ebene entlang  $x=0$  reduziert werden [Vogel, 1993].

Ziel ist es nun, eine geeignete Funktion  $H(\vec{r}, \omega)$  zu finden, die in die Green'sche Lösungsfunktion eingesetzt, den ersten oder zweiten Integranden des KHIs (2.22) aufhebt.

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[ P(\vec{r}, \omega) \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} + H(\vec{r}, \omega) \right) - \left( \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} + H(\vec{r}, \omega) \right) \frac{\partial P(\vec{r}, \omega)}{\partial n} \right] dS \quad (2.22)$$

Dadurch wird es möglich das Primärfeld ausschließlich durch Monopol- oder Dipolquellen zu reproduzieren.

#### 2.2.4.1 Rayleigh Integral 1

Die Monopolquelle  $A$  in Abb. 2.6 erzeugt eine bestimmte Normalschnelle der Teilchen an der Oberfläche  $S_1$ . Weist man dem Wellenfeld  $H(\vec{r}, \omega)$  eine Monopolquelle  $A'$  zu, die der an der Oberfläche  $S_1$  gespiegelten Monopolquelle  $A$  entspricht, so besitzen die von  $A$  bzw.  $A'$  angeregten Teilchen an der Oberfläche  $S_1$  zwar die gleiche Amplitude der Normalschnelle aber mit umgekehrten Vorzeichen.

Wählt man daher für die Funktion

$$H(\vec{r}, \omega) = \frac{e^{-jk\Delta r'}}{\Delta r'}, \quad (2.23)$$

so eliminiert sich der erste Integrand in Gl. (2.22) und das KHI wird auf das Rayleigh Integral 1 vereinfacht.

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} j\omega\rho \cdot V_n(\vec{r}, \omega) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dS \quad (2.24)$$

Das Rayleigh Integral 1 besagt, dass das Wellenfeld im Halbraum  $x > 0$  mit einer virtuellen Monopolquellenverteilung auf der Fläche  $S_1$  synthetisiert werden kann. Die Intensität jeder Monopolquelle in der Fläche  $S_1$  ergibt sich durch die von der primären Quelle ( $x < 0$ ) ausgehende Normalschnelle im jeweiligen Punkt der Fläche  $S_1$  [Vogel, 1993][Verheijen, 1998].

#### 2.2.4.2 Rayleigh Integral 2

Analog zum Rayleigh Integral 1 ist eine Reduktion der sekundären Quellen auch auf eine Dipolquellenverteilung auf der Fläche  $S_1$  erreichbar. Wählt man für die Funktion

$$H(\vec{r}, \omega) = -\frac{e^{-jk\Delta r'}}{\Delta r'} \quad (2.25)$$

so eliminiert sich der zweite Integrand in Gl. (2.22) und das KHI wird auf das Rayleigh Integral 2 vereinfacht.

$$P(\vec{r}_A, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{S_1} P(\vec{r}, \omega) \frac{1 + jk\Delta r}{\Delta r} \cos(\varphi) \frac{e^{-jk\Delta r}}{\Delta r} dS \quad (2.26)$$

Das Rayleigh Integral 2 beschreibt das Feld einer Dipolquellenverteilung auf der Fläche  $S_1$ , angetrieben mit der doppelten Stärke des an dieser Fläche herrschenden Schalldrucks [Vogel, 1993], [Verheijen, 1998].

## 3 Simulationsprogramm und Fehlerberechnung

### 3.1 Theoretische Grundlagen

Die Aufgabe des Simulationsprogrammes besteht darin, den Messfehler auf Grund der endlich großen Probenfläche des Messaufbaus zu berechnen. Die einfache Lösung dieses Problems erfolgt durch die Betrachtung der Fresnel'schen Zonen (siehe Kapitel 5.1.3). Eine genauere Analyse erfordert die wellentheoretische Berechnung des im Mikrofonpunkt herrschenden Schallfeldes. Die theoretischen Grundlagen bildet das Kapitel 2, in dem die sphärische Wellenausbreitung und die Schallfeldberechnung nach dem Huygen'schen Prinzip ausführlich erklärt werden. Ausgehend vom Huygen-Fresnel'schen Prinzip, welches besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfläche wieder Ausgangspunkt einer sekundären kugelförmigen Elementarwelle ist, kann die von einer Wandfläche zurückgeworfene Reflexion durch eine Vielzahl kleiner sekundärer Kugelstrahler auf der Reflexionsfläche aufgefasst werden. In realen Anwendungen der Wellenfeldsynthese werden diese infinitesimal fein angeordneten Sekundärquellen durch diskret positionierte Sekundärquellen ersetzt. Die Integralberechnung wird daher in eine Summenberechnung übergeführt

$$\int F(x)dx \Rightarrow \sum_n F_n \Delta x. \quad (3.1)$$

Es ergeben sich dadurch analog zur Abtastung im Zeitbereich Einschränkungen im Frequenzbereich. Dieses räumliche Abtasttheorem leitet sich aus der zweidimensionalen Fouriertransformation ab.

### 3.1.1 Zweidimensionale Fouriertransformation

Die zweidimensionale Fouriertransformation dient zur Analyse von Schwingungsvorgängen in Zeit und Raum. Bei der Fouriertransformation vom Zeit- in den Frequenzbereich ist  $t$  die Integrationsvariable und  $x$  ein Parameter. Mit  $\omega = 2\pi f$  ergibt sich

$$F(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) e^{-j\omega t} dt \quad . \quad (3.2)$$

Es wird nun eine zweite Fouriertransformation durchgeführt, bei der diesmal die räumliche Position  $x$  als Integrationsvariable und  $\omega$  als Parameter eingehen. Dadurch erhält man die 2D-Fouriertransformierte zu

$$\tilde{F}(k_x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(x, \omega) e^{jk_x x} dx \quad . \quad (3.3)$$

Bei der zeitlichen Fouriertransformation wird oft die Zeitvariable  $t$  in eine Distanzvariable  $\zeta = ct$  übergeführt. Analog dazu wird bei der räumlichen Fouriertransformation die Frequenzvariable  $\omega$  durch  $k = \omega/c$  dargestellt. Daraus erhält man eine  $k_x$ - $k$  Domäne die als Darstellungsebene zur Beobachtung von Wellenausbreitungsvorgängen dient.

### 3.1.2 Räumliches Aliasing durch Diskretisierung

Wenn  $f(x, t)$  eine räumliche Funktion mit dem Abtastintervall  $\Delta x$  ist,

$$f_{\Delta x}(x, t) = f(x, t) \left[ \Delta x \sum_m \delta(x - m\Delta x) \right] \quad (3.4)$$

dann ist die Fouriertransformierte  $F_p$  von  $f_{\Delta x}(x, t)$  periodisch in  $k_x$  mit der Periode  $2\pi/\Delta x$ .

$$F_p(k_x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, t) \left[ \Delta x \sum_m \delta(x - m\Delta x) \right] \cdot e^{jk_x x} dx = \Delta x \sum_m f(m\Delta x, t) \cdot e^{jk_x m\Delta x} \quad (3.5)$$

Daraus lässt sich ein Abtasttheorem für die räumliche Abtastung von Funktionen formulieren, das eingehalten werden muss wenn keine Überlappung der periodischen Anteile (Aliasing) im  $x$ - $t$  Bereich stattfinden soll.

$$k_x \leq \frac{\pi}{\Delta x} \quad \text{bzw.} \quad f \leq \frac{c}{2\Delta x \sin(\alpha)} \quad (3.6)$$

Bei sphärischer Wellenausbreitung ergibt sich je nach Position auf der Reflexionsfläche ein anderer Einfallswinkel  $\alpha$  der vom Lautsprecher ausgesandten Schallwellen. Deshalb ist das in Gleichung (3.6) formulierte Abtasttheorem in jedem Fall zu berücksichtigen, wobei  $\Delta x$  der Abstand zwischen den Sekundärquellen ist.

### 3.2 Algorithmus zur Simulationsberechnung

Am Beginn der Simulation, die in MATLAB 6.0 programmiert wurde, steht die Positionierung von Lautsprecher und Mikrofon im karthesischen Koordinatensystem  $(x,y,z)$ . Die Reflexionsfläche des im Kapitel 5.2.2 beschriebenen Messaufbaus wird in drei Flächen unterteilt. Die innerste Fläche bildet die Materialprobe, die entsprechend ihrer Abmessungen abgesteckt wird. Die hochabsorbierende Umgebungsfläche bildet einen 1 m breiten Streifen um die Materialprobe herum. Umrandet wird diese hochabsorbierende Umgebung von einer schallharten Fläche, die mit  $10 \times 10$  m abgesteckt ist.

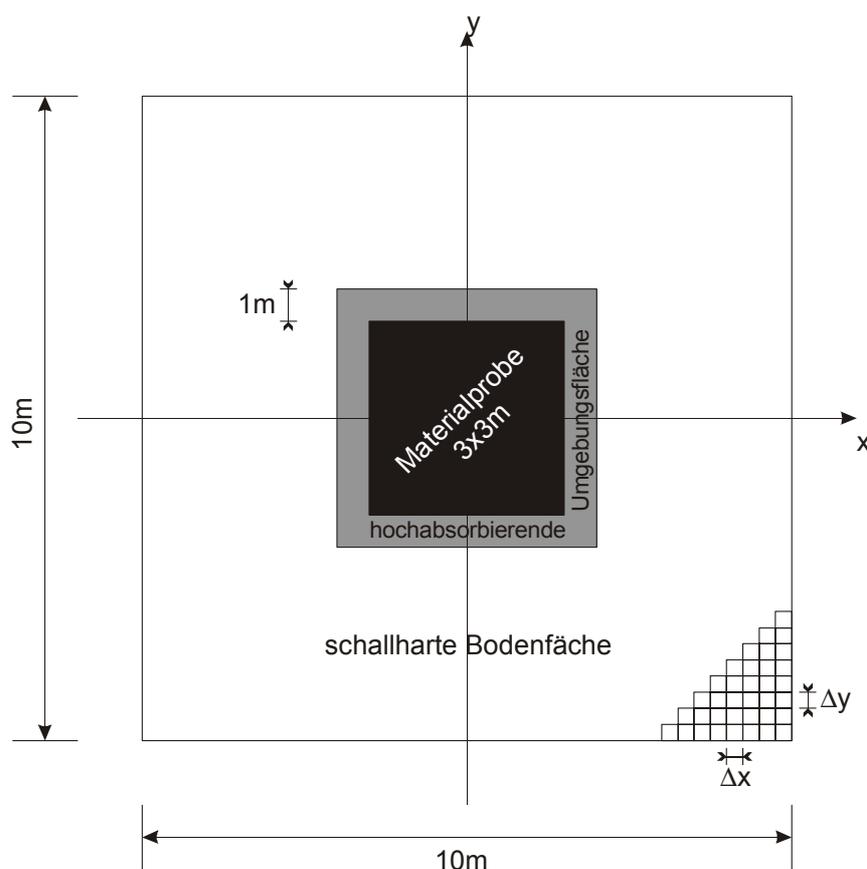


Abb. 3.1: Materialprobe und Umgebungsflächen

Da in diesem Programm entsprechend Gl. (3.1) alle Integralrechnungen in Summenberechnungen übergeführt werden, müssen alle Teile unter Berücksichtigung des Shannon'schen Abtasttheorems nach Gl. (3.6) in kleine Rasterflächen mit der Größe  $\Delta x \cdot \Delta y$  unterteilt werden. Der Einfachheit halber wird  $\Delta x = \Delta y$  gewählt. Für Berechnungen bis 4000 Hz ist eine räumliche Auflösung von  $\Delta x = 2$  cm ausreichend.

Die Abstände vom Lautsprecher ( $r_L$ ) und Mikrofon ( $r_M$ ) zu jedem Rasterpunkt in der Reflexionsebene werden in Matrizen der Größe  $M \times N$  zusammengefasst.

$$M = \frac{l_x}{\Delta x} \quad \text{und} \quad N = \frac{l_y}{\Delta y} \quad (3.7)$$

$l_x$  und  $l_y$  sind die geometrischen Abmessungen der Reflexionsfläche (10 x 10 m), wodurch sich für  $\Delta x = 2$  cm eine  $500 \times 500$  Matrix ergibt. Die Schallwellenausbreitung beginnt beim Lautsprecher, der in der Simulation als Punktschallquelle realisiert ist. Aus der Herleitung der Rayleigh-Integrale im Kapitel 2.2.4 ergibt sich, dass der Halbraum, in dem sich das Mikrofon befindet quellenfrei sein muss, weshalb der Lautsprecher in der Simulation an der Reflexionsebene gespiegelt wird (L1). Sein Abstand zu den einzelnen Rasterpunkten in der Reflexionsfläche wird nun mit  $r_{L1}$  bezeichnet.

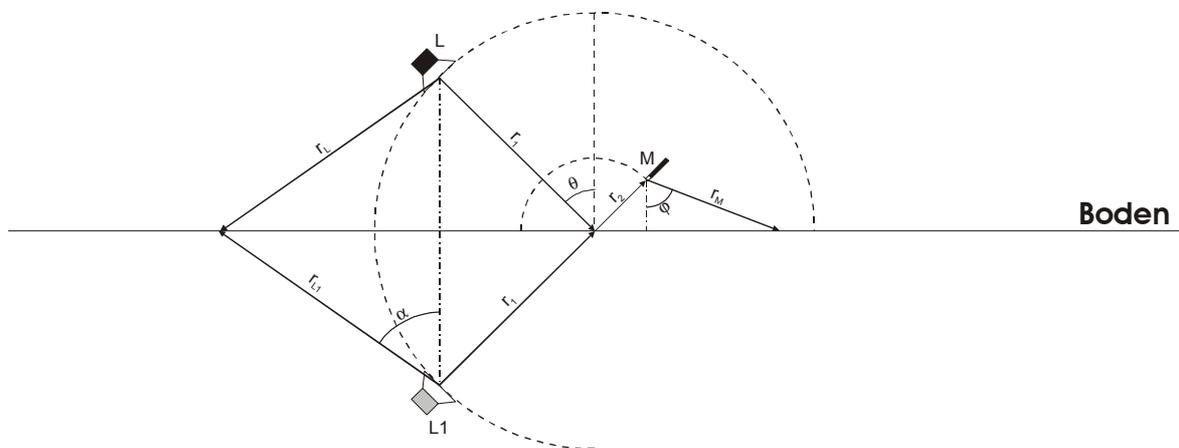


Abb. 3.2: Umsetzung der Wellenfeldberechnung in der Simulation

Der Schalldruck  $P$  und die Normalschnelle  $V_n$  auf der Reflexionsfläche berechnen sich nach folgenden Beziehungen (siehe auch Kapitel 2.1.4)

$$P(m, n) = \frac{1}{r_{L1}(m, n)} \cdot e^{-jkr_{L1}(m, n)} \quad (3.8)$$

$$V_n(m, n) = \frac{1}{Z_0 \cdot r_{L1}(m, n)} \cdot \sqrt{\frac{1 + [kr_{L1}(m, n)]^2}{[kr_{L1}(m, n)]^2}} \cdot e^{j[\arctan(-\frac{1}{kr_{L1}(m, n)}) - kr_{L1}(m, n)]} \cdot \cos(\alpha) \quad (3.9)$$

Die Variablen  $m$  und  $n$  stehen für die jeweiligen Zeilen und Spalten der  $M \times N$  Matrix, wodurch jede einzelne Sekundärquelle in der Reflexionsfläche angesprochen werden kann. Die Tatsache, dass die in Abb. 3.1 dargestellten 3 Teile der Reflexionsfläche nicht exakt die gleiche Höhe aufweisen, bedingt eine Betrachtung der einfallenden Welle bei verschiedenen Phasenzuständen. Im Programmcode werden acht Phasenverschiebungszustände im Bereich von 0 bis  $\pi/2$  berücksichtigt, was zu einer dreidimensionalen Matrix für  $P(m, n, \varphi)$  und  $V_n(m, n, \varphi)$  führt. Nun erfolgt die Zuweisung von  $P$  und  $V_n$  zu den

einzelnen Teilflächen, d.h. die schallharte Umgebungsfläche, die hochabsorbierende Umgebungsfläche der Probe und die Materialprobenfläche selbst bekommen jeweils eine eigene P und  $V_n$  Matrix, die nur dort Werte enthält, wo die jeweilige Fläche definiert ist. Die hinzugefügten Phasenverschiebungen beziehen sich relativ zur Phase auf der äußeren schallharten Umgebungsfläche, weshalb diese Matrix nur den Phasenverschiebungszustand  $\varphi=0$  enthält und somit zweidimensional ist. Alle drei Teilflächen zusammen beinhalten im gegenständlichen Fall 250.000 Sekundärquellen, die durch P und  $V_n$  beschrieben werden. Die Auswirkungen aller Sekundärquellen einer Teilfläche werden im Mikrofonpunkt mit Hilfe des Rayleigh-Integrals 1 oder 2 berechnet und als Summenschalldruck ausgegeben.

$$P_{\text{Ray1}} = j \frac{Z_0}{\lambda} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N V_n(m,n) \cdot \frac{1}{r_M(m,n)} \cdot e^{-jkr_M(m,n)} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (3.10)$$

$$P_{\text{Ray2}} = \frac{1}{2\pi} \cos(\varphi) \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N P(m,n) \cdot \frac{1 + jkr_M(m,n)}{r_M^2(m,n)} \cdot e^{-jkr_M(m,n)} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (3.11)$$

Alle diese bis jetzt durchgeführten Berechnungen werden in einer Schleife für alle Frequenzen von 50 bis 4000 Hz im 50 Hz Abstand durchgeführt (vgl. Abb. 3.3). Der berechnete Summenschalldruck, ausgehend von der hochabsorbierenden Probenumgebung  $P_{\text{Ray\_Habs}}$ , wird nun mit dem zugehörigen Reflexionsfaktor  $\rho_{\text{Habs}}(f) = \sqrt{1 - \alpha_{\text{Habs}}(f)}$  multipliziert. Analog dazu kann diese Berechnung mit dem von der Probenfläche erhaltenen Summenschalldruck  $P_{\text{Ray\_Probe}}$  durchgeführt werden. Anschließend werden  $P_{\text{Ray\_Habs}}$  und  $P_{\text{Ray\_Probe}}$  für alle Phasenkombinationsmöglichkeiten addiert. Nachdem der Summenschalldruck, ausgehend von der schallharten Umgebungsfläche  $P_{\text{Ray\_Umg}}$ , zu diesem Ergebnis addiert wurde, erhält man den Summenschalldruck aller drei Teilflächen  $P_{\text{Ray\_Sum}}$ . Abschließend findet eine Mittelwertbildung über alle Phasenverschiebungskombinationszustände  $N_\varphi$  von  $P_{\text{Ray\_Sum}}$  (64 in diesem Fall) statt.

Ziel dieses Simulationsprogrammes ist es den Einfluss der mitwirkenden Probenumgebungsflächen festzustellen und den dadurch verursachten Messfehler auszuweisen. Der Sinn des hochabsorbierenden Teiles der Umgebungsflächen besteht darin, jene Probenumgebungsfläche „auszublenden“, die am stärksten im Messfehler einget. Der eigentlich gesuchte  $P_{\text{Ray\_Probe}}$  wird durch den Beitrag von  $P_{\text{Ray\_Habs}}$  und  $P_{\text{Ray\_Umg}}$  verfälscht.

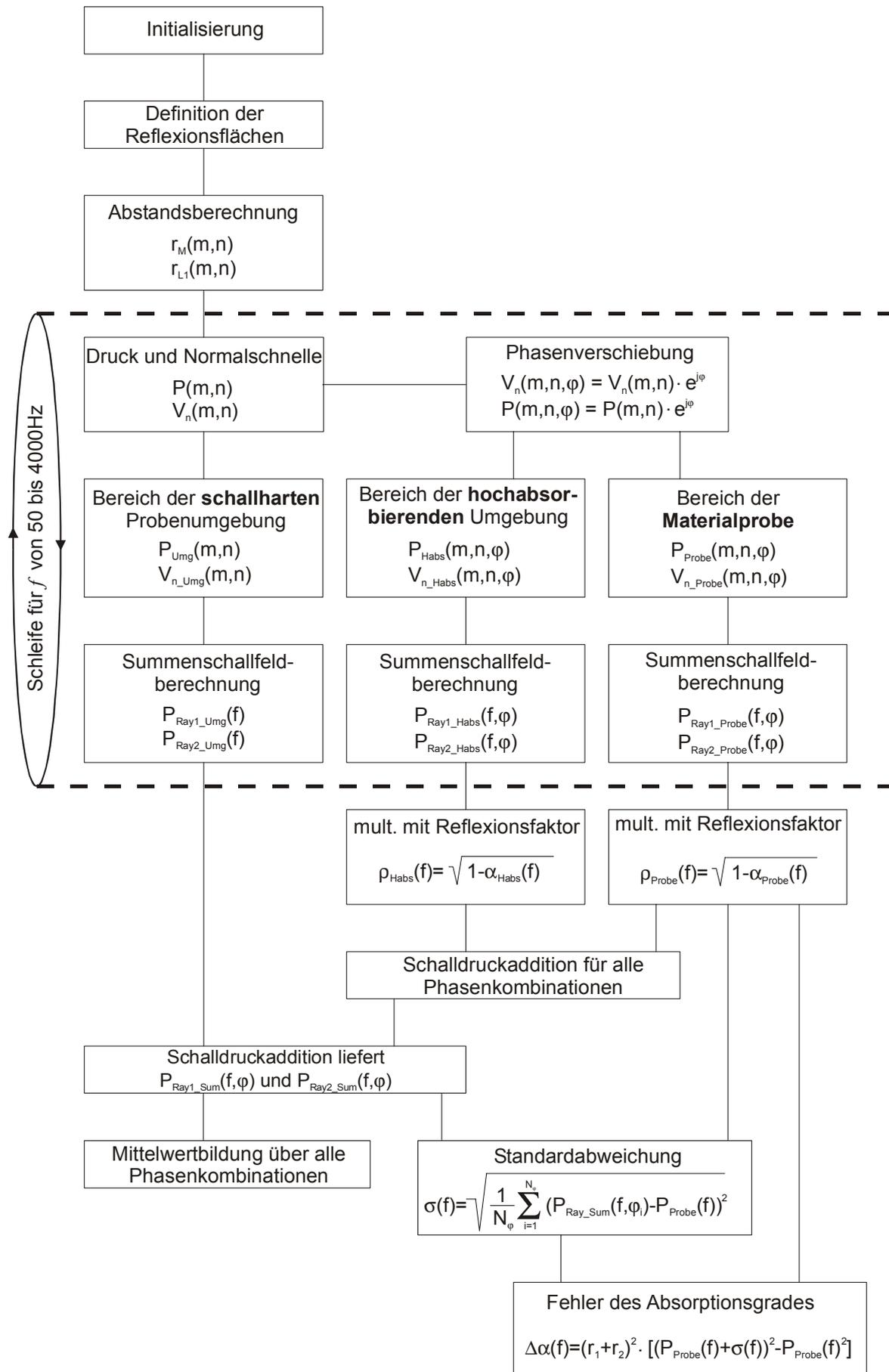


Abb. 3.3: Programmablauf des Simulationsalgorithmus

Die Größenordnung dieser Störung lässt sich in der Standardabweichung  $\sigma$  darstellen.

$$\sigma(f) = \sqrt{\frac{1}{N_\varphi} \cdot \sum_{i=1}^{N_\varphi} (P_{\text{Ray\_Sum}}(f, \varphi_i) - P_{\text{Ray\_Probe}}(f))^2} \quad (3.12)$$

Der bei der Messung erfasste Summenschalldruck  $P_{\text{Messung}}$  liegt in einem Bereich von

$$P_{\text{Ray\_Probe}} - \sigma < P_{\text{Messung}} < P_{\text{Ray\_Probe}} + \sigma \quad (3.13)$$

Nun gilt es festzustellen, welcher Fehler bei der Berechnung des Absorptionskoeffizienten gemacht wird, wenn  $P_{\text{Messung}} = P_{\text{Ray\_Probe}} + \sigma$ .

$$\alpha = \frac{\text{nicht reflektierte Energie}}{\text{eintreffende Energie}} = \frac{E_{\text{nref}}}{E_{\text{ein}}} = \frac{E_{\text{ein}} - E_{\text{ref}}}{E_{\text{ein}}} = 1 - \frac{E_{\text{ref}}}{E_{\text{ein}}} \quad (3.14)$$

Da der Absorptionskoeffizient ein Energieverhältnis darstellt, folgt für den Schalldruck

$$P_{\text{ref}} = P_{\text{ein}} \cdot \sqrt{1 - \alpha} \quad (3.15)$$

Betrachtet man die vereinfachte Darstellung des Messaufbaus in Abb. 5.1.1, so muss für die korrekte Berechnung des Absorptionskoeffizienten die eintreffende Schallwelle die gleiche Ausbreitungsdämpfung aufweisen wie die reflektierte Welle, weshalb bei einer Quellenstärke des Lautsprechers von 1,  $P_{\text{ein}}$  gemäß der Pegelabnahme einer Punktschallquelle durch  $1/(r_1+r_2)$  ersetzt werden kann.

$$P_{\text{ref}} = \frac{\sqrt{1 - \alpha}}{r_1 + r_2} = P_{\text{Probe}} \quad (3.16)$$

$$\alpha = 1 - (r_1 + r_2)^2 \cdot P_{\text{Probe}}^2 \quad (3.17)$$

$P_{\text{ref}}$  entspricht dem aus der Simulation berechneten Summenschalldruck im Mikrofonpunkt  $P_{\text{Probe}}$ , verursacht durch die Materialprobenfläche alleine. Bei der Messung kommt es durch den Einfluss der Probenumgebungsfläche zu einer Abweichung des erwarteten  $P_{\text{Probe}}$  um die Standardabweichung  $\sigma$ . Dieser hinzukommende Schalldruck hat eine Verfälschung des aus der Messung berechneten Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  um  $-\Delta\alpha$  zur Folge.

$$(P_{\text{Probe}} + \sigma) = \frac{\sqrt{1 - (\alpha - \Delta\alpha)}}{r_1 + r_2} \quad (3.18)$$

Setzt man die Gleichung (3.17) in (3.18) ein, so ergibt sich der Fehler des Absorptionskoeffizienten zu

$$\Delta\alpha(f) = (r_1 + r_2)^2 \cdot [(P_{\text{Probe}}(f) + \sigma(f))^2 - P_{\text{Probe}}^2(f)] \quad (3.19)$$

### 3.3 Interpretation der Simulationsergebnisse

Bis jetzt wurde immer von einer symmetrischen Anordnung des Mikrofons und des Lautsprechers relativ zur Probenumgebung ausgegangen. Die Simulation hat jedoch ergeben, dass die bestmögliche Anordnung von Lautsprecher und Mikrofon nicht jene ist, bei der der geometrische Reflexionspunkt im Zentrum (Koordinatenursprung) der Probenfläche liegt, sondern je nach Abmessungen der Probe eine gewisse Verschiebung ( $dx$ ,  $dy$ ) in x- und y-Richtung aufweist. Der bestmögliche geometrische Reflexionspunkt ist dann gefunden, wenn der berechnete Fehler des Absorptionskoeffizienten minimal wird. Ein weiteres Kriterium für einen geeigneten geometrischen Reflexionspunkt ist, wenn der vom Mikrofon empfangene Summenschalldruck, ausgehend von der Materialprobenfläche, die geringsten Schwankungen um den über die Ausbreitungsdämpfung und den Reflexionsfaktor der Probenfläche berechneten Schalldruck in Abhängigkeit von der Frequenz aufweist.

Eine Erkenntnis dieser Berechnungen war, dass die Standardabweichung  $\sigma$  unabhängig vom Absorptionsgrad  $\alpha$  der Materialprobe ist. Dies führt in weiterer Folge zu der Feststellung, dass sich mit steigender Absorption der Probenfläche der berechnete Fehler des Absorptionskoeffizienten verringert.

In den nun folgenden Unterkapiteln sind die Simulationsergebnisse verschiedener Einfallswinkel, Materialprobeneigenschaften und Reflexionspunktverschiebungen dargestellt. Welche Parameter jeweils zur Anwendung kommen, ist in der jeweiligen Abbildung angeführt.

### 3.3.1 Simulationsbeispiel 1

Die Abb. 3.4 zeigt die im Mikrofonpunkt aufgenommene Schalldruckverteilung auf der Probenfläche bei einem Einfallswinkel von  $0^\circ$  und zentrischer Beschallung ( $dx = dy = 0$ ).

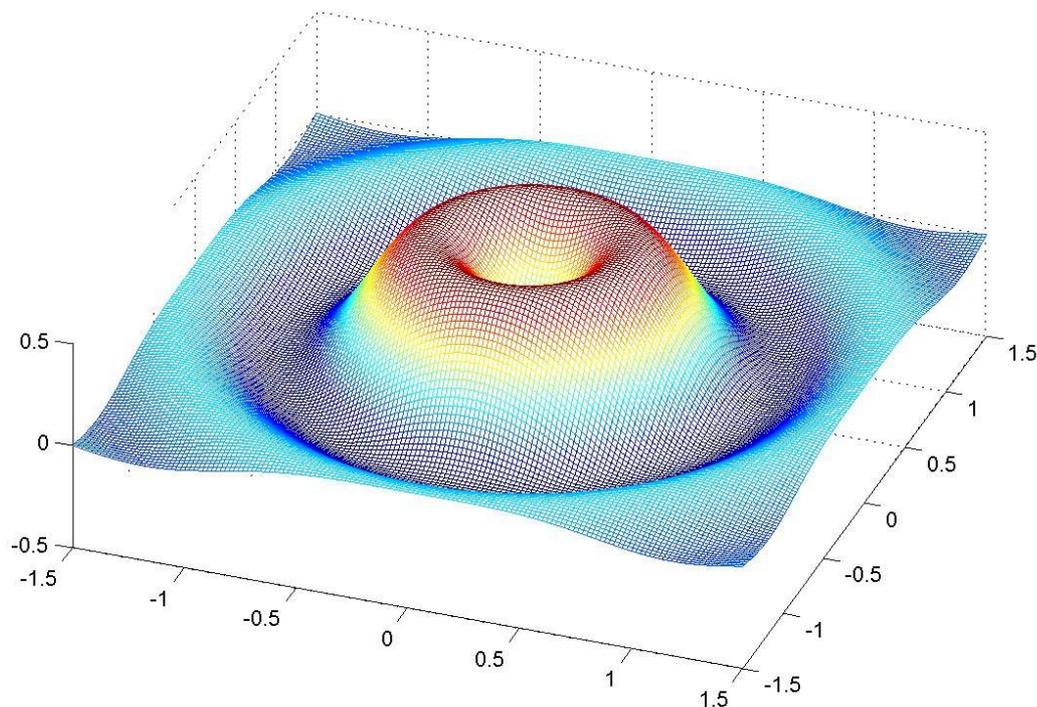


Abb. 3.4: Schalldruck auf der Probenfläche bei 250 Hz

Ausgehend von dem Zustand, in dem alle drei Teilflächen schallharte Eigenschaften besitzen (siehe Abb. 3.5), sollen die darauffolgenden Abb. 3.6 und Abb. 3.7 zeigen, wie sich die im Mikrofonpunkt empfangenen Schalldrücke verändern, wenn zuerst die Probenfläche absorbierend ausgeführt wird und dann zusätzlich noch die angrenzende Probenumgebungsfläche mit hochabsorbierendem Material versehen wird (Tabelle 1).

Tab. 3.1: Absorptionskoeffizienten der absorbierenden Materialien im Oktavbandabstand

	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
Materialprobe aus Schaumstoff	0,09	0,38	0,71	0,8	0,9	0,93
hochabsorbierende Umgebung	0,7	0,9	0,95	0,95	0,95	0,95

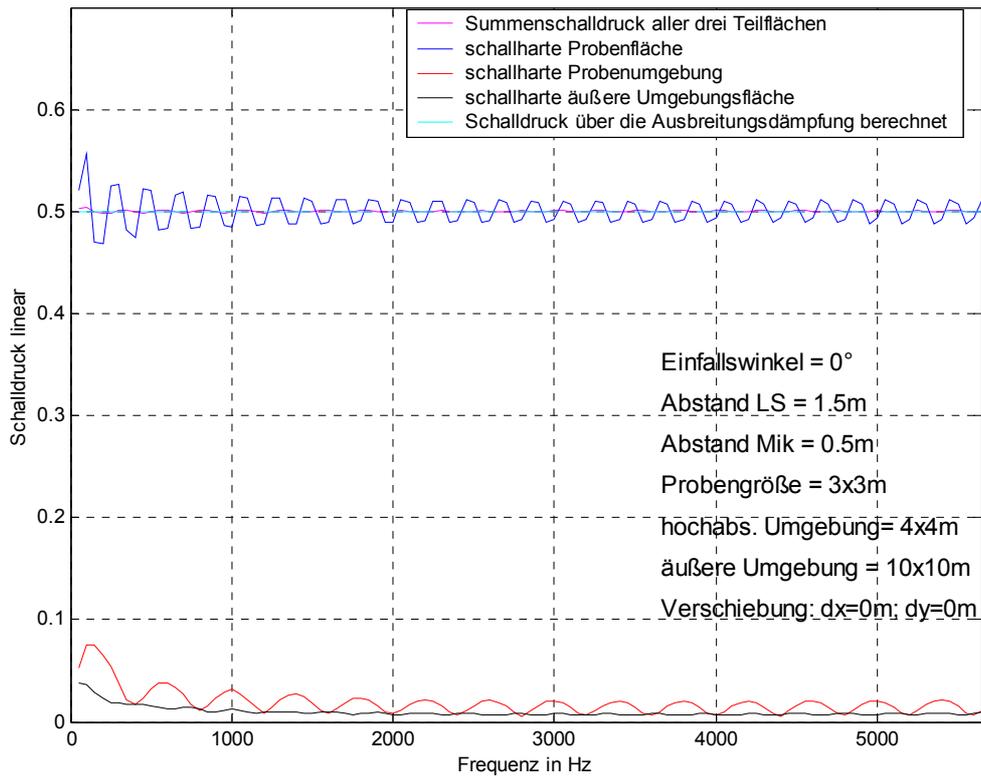


Abb. 3.5: empfangener Schalldruck wenn alle drei Teilflächen schallhart sind

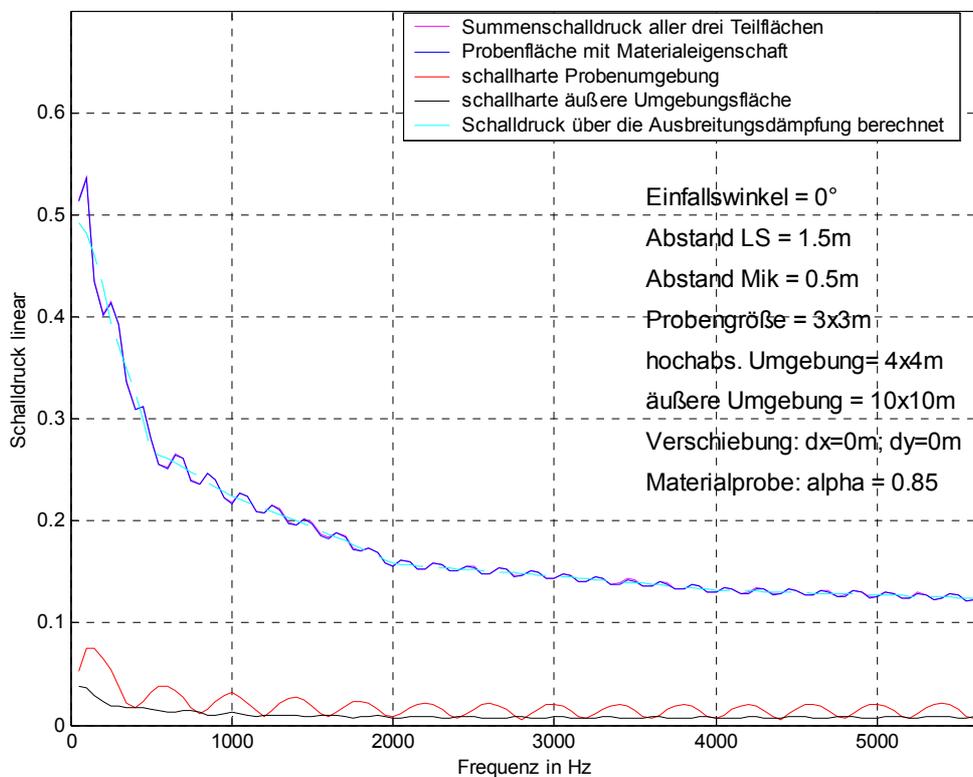


Abb. 3.6: empfangener Schalldruck bei stark absorbierender Probenfläche

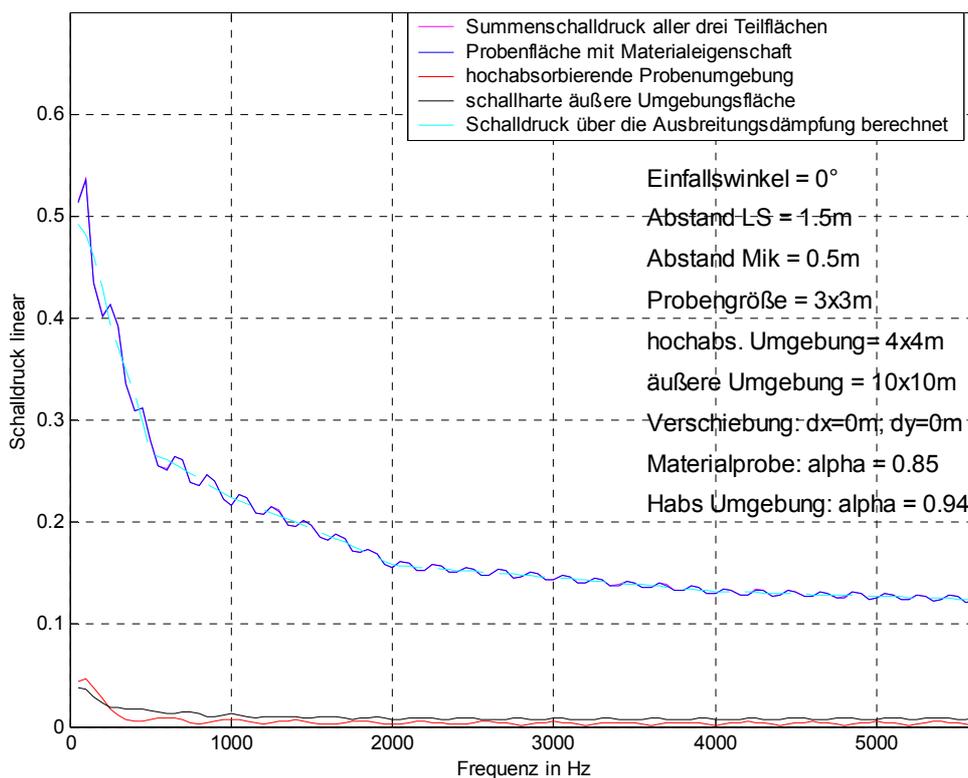


Abb. 3.7: Schalldruckverlauf bei hochabsorbierender Probenumgebung

Die Welligkeit der empfangenen Schalldrücke kommt dadurch zustande, dass sich mit zunehmender Frequenz immer mehr Fresnel'sche Zonen auf der Fläche ausbilden. Die Folge ist eine kontinuierliche Veränderung der Aufteilung von positiven und negativen Anteilen der Fresnel'schen Zonen. Durch die Summation über alle Sekundärschallquellen in der Reflexionsfläche äußert sich dies in einer Welligkeit des empfangenen Schalldrucks. Die dunkelblaue Kurve in der Abb. 3.5 lässt erkennen, dass sich auf der 3 x 3m großen Probenfläche bei tiefen Frequenzen nur ein bis zwei Fresnel'sche Zonen ausbilden können, was eine erhöhte Welligkeit in diesem Frequenzbereich verursacht. Im Gegensatz dazu haben auf der gesamten Reflexionsfläche (10 x 10m) auch bei tiefen Frequenzen mehrere Fresnel'sche Zonen Platz, was in einem glatteren Summenschalldruckverlauf in Abb. 3.5 (rosa Kurve) zum Ausdruck kommt. Die geringere Welligkeit dieser rosa Kurve hat ihre Ursache darin, dass die am Flächenrand befindlichen Punkte schon sehr weit entfernt sind und sich Veränderungen durch hinzukommende Fresnel'sche Zonen bei steigender Frequenz nur mehr sehr gering auf den Summenschalldruck auswirken.

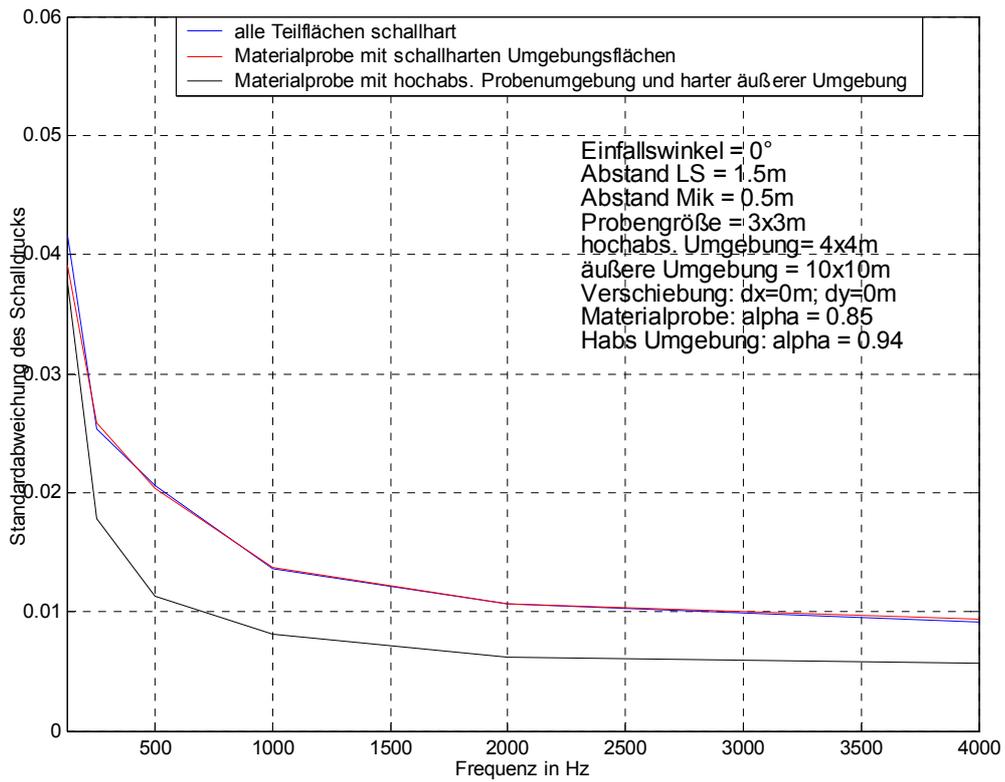


Abb. 3.8: Standardabweichung des Schalldrucks

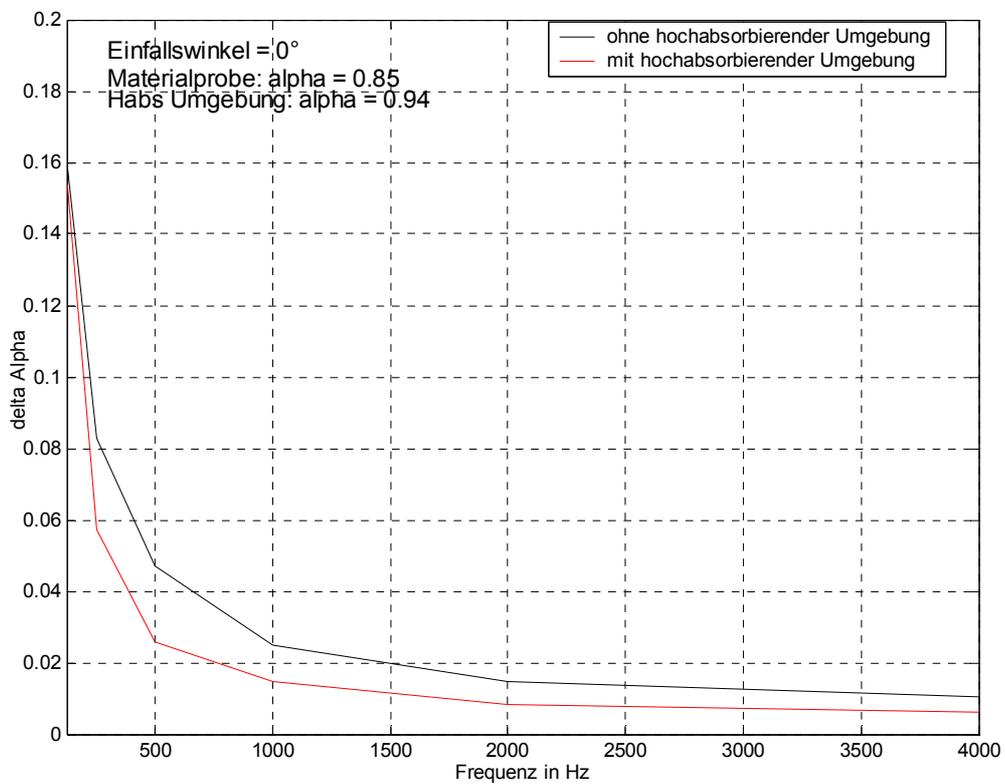


Abb. 3.9: Fehler des Absorptionskoeffizienten

In der Abb. 3.8 sind die Standardabweichungen des Summenschalldrucks in Folge des Einflusses der Probenumgebungsflächen bei verschiedenen Phasenzuständen für die unterschiedlichen Flächenbelegungen ausgewiesen. Durch eine Veränderung des Absorptionsgrades der Materialprobe (blaue bzw. rote Kurve) ändert sich die Standardabweichung  $\sigma$  nicht. Wird jedoch die an die Materialprobe angrenzende Umgebungsfläche hochabsorbierend gestaltet, so kann die Standardabweichung reduziert werden (schwarze Kurve). Nachdem die Standardabweichung lt. Gleichung (3.19) direkt in die Fehlerberechnung des Absorptionskoeffizienten eingeht, erwies es sich in weiterer Folge für sinnvoll, die an die Materialprobe angrenzende Umgebungsfläche immer hochabsorbierend auszuführen. Dies lässt sich auch in der Abb. 3.9 nachvollziehen.

### 3.3.2 Simulationsbeispiel 2

Aus den gewonnenen Erkenntnissen im Simulationsbeispiel 1 wird in den nun folgenden Beispielen immer mit einer hochabsorbierenden Probenumgebung gerechnet. Da das zu untersuchende Streckmetall alleine wesentlich geringere absorbierende Eigenschaften hat als das Material in Beispiel 1, wird versuchsweise ein möglicher Absorptionskoeffizientenverlauf für Streckmetallgitter wie folgt angenommen.

Tab. 3.2: angenommene Absorptionskoeffizienten für Streckmetall im Oktavbandabstand

	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
Streckmetall Absorptionsgrad	0,02	0,03	0,07	0,12	0,18	0,23

In Abb. 3.10 sieht man den Summenschalldruck, der entsprechend dem Reflexionsfaktor des Streckmetallgitters (dunkelblaue Kurve) zu höheren Frequenzen hin abnimmt. Aus der Abb. 3.11 lässt sich erkennen, dass im Vergleich zum Simulationsbeispiel 1 der Fehler des Absorptionskoeffizienten für Materialien mit geringerem Absorptionsgrad zunimmt.

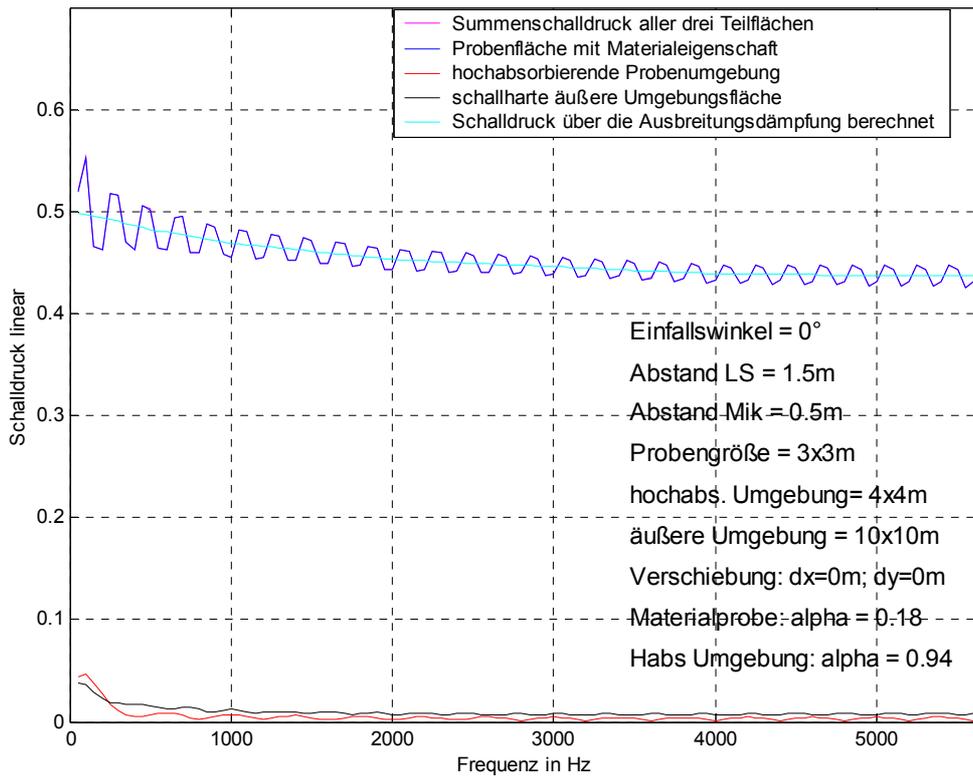


Abb. 3.10: Schalldruckverlauf bei hochabsorbierender Probenumgebung

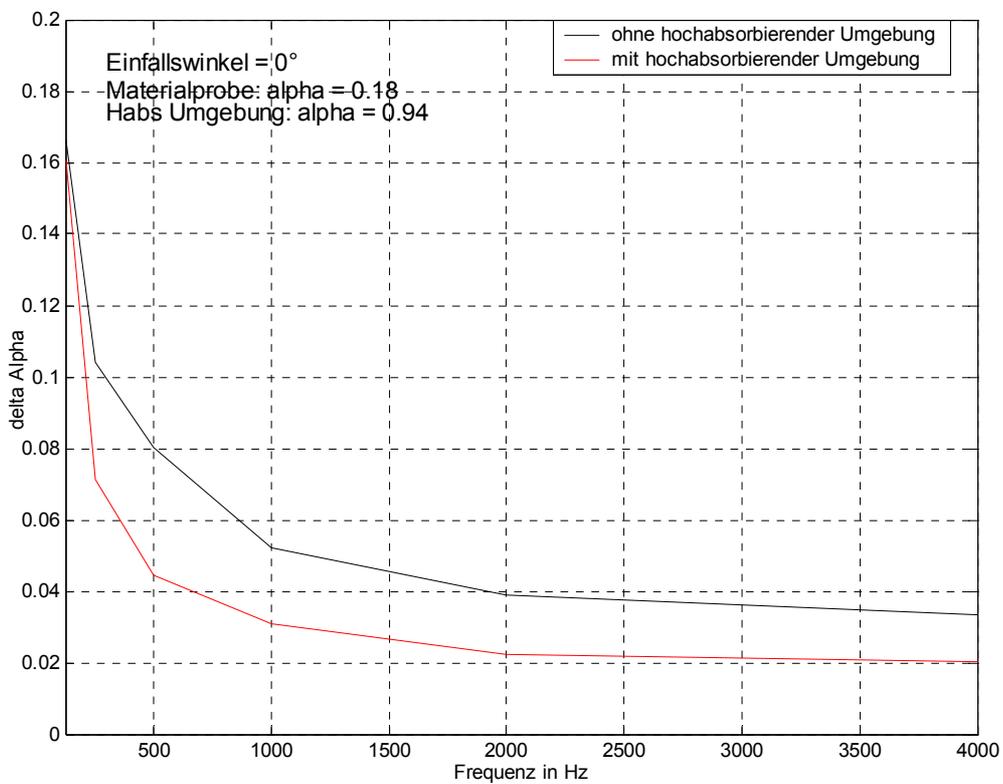


Abb. 3.11: Fehler des Absorptionskoeffizienten

### 3.3.3 Simulationsbeispiel 3

Wie schon eingangs erwähnt wurde, liegt der bestmögliche geometrische Reflexionspunkt nicht im Zentrum (Koordinatenursprung) der Materialprobe, sondern weist je nach Probenabmessung eine Verschiebung von  $dx$  und  $dy$  auf. Für die gewählte Probenabmessung von  $3 \times 3$  m ergibt sich der bestmögliche geometrische Reflexionspunkt mit den Koordinaten  $dx = 60$  cm und  $dy = 10$  cm.

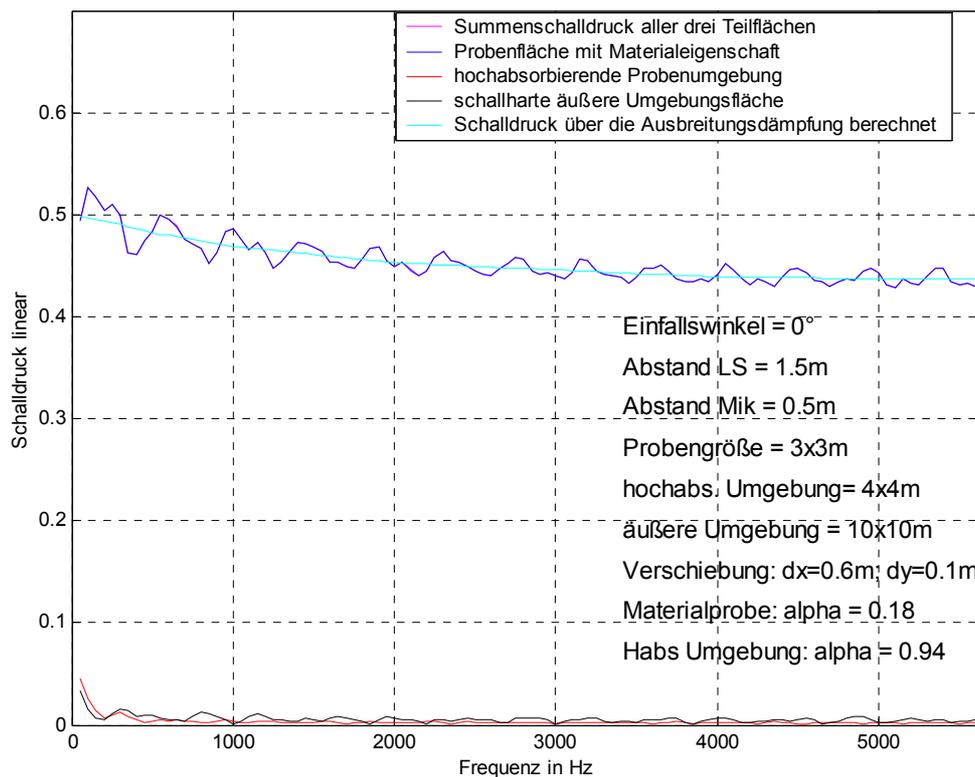


Abb. 3:12: Schalldruckverlauf bei hochabsorbierender Probenumgebung

Durch diese Verschiebung stellt sich auch ein anderer Kurvenverlauf des von der Probenfläche empfangenen Summenschalldrucks (dunkelblau) in Abb. 3:12 ein. Die bestmögliche Position des geometrischen Reflexionspunktes liegt dort, wo der Fehler des Absorptionskoeffizienten minimal wird. Aus der Abb. 3.13 geht hervor, dass sich dieser Fehler in Folge der Verschiebung z.B. bei 500 Hz um 0,02 verringert hat.

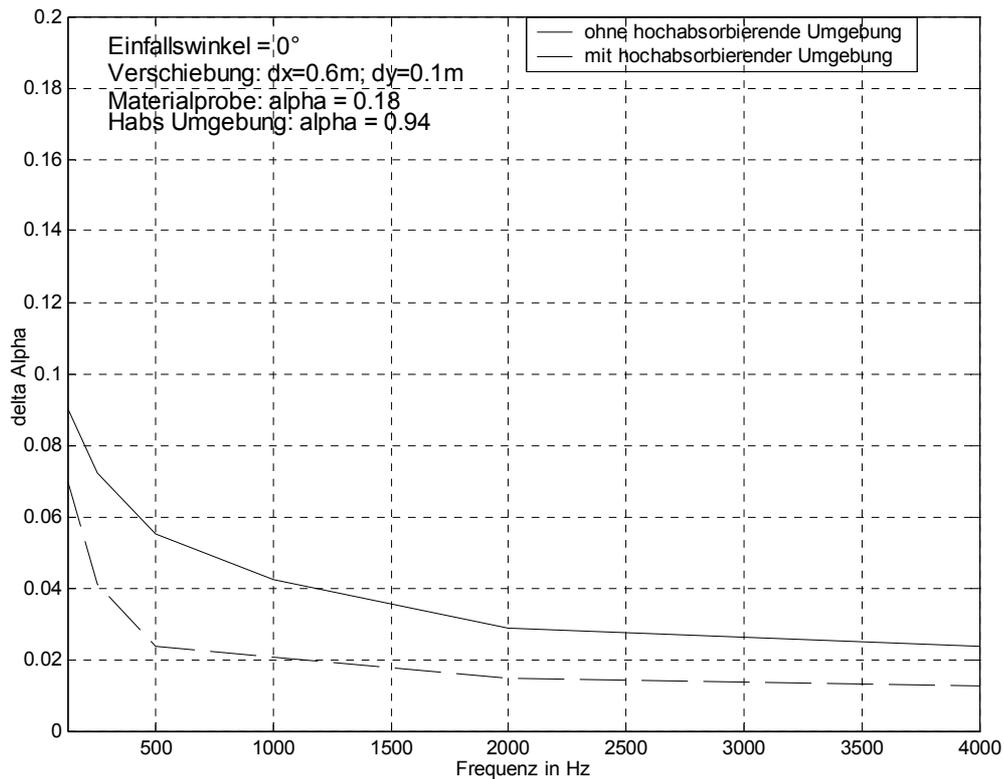


Abb. 3.13: Fehler des Absorptionskoeffizienten

### 3.3.4 Simulationsbeispiel 4

In den bisherigen Simulationsbeispielen 1 bis 3 betrug der Schalleinfallswinkel immer  $0^\circ$ . Dieses Simulationsbeispiel baut nun auf dem vorigen Beispiel auf, wobei der Einfallswinkel auf  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  und  $45^\circ$  erweitert wird. Die Abb. 3.14 stellt die Fehler der Absorptionskoeffizienten für alle Einfallswinkel dar. Oberhalb von 1000 Hz lässt sich erkennen, dass mit zunehmendem Winkel der Fehler sinkt, wohingegen im tieferen Frequenzbereich eine gewisse Streuung auftritt.

Wie im Kapitel 5.2.4 noch erklärt werden wird, bekommt die aktive Fläche bei schrägem Schalleinfall eine elliptische Form. Diese Eigenschaft ist auch in Abb. 3.15 ersichtlich, wo die Schalldruckverteilung auf der Probenfläche, betrachtet im Mikrofonpunkt bei 125, 250, 500 und 1000 Hz, dargestellt ist. Rote Zonen stellen den positiven und blaue den negativen Schalldruck dar. In den grünlichen Zonen erfolgt der Nulldurchgang.

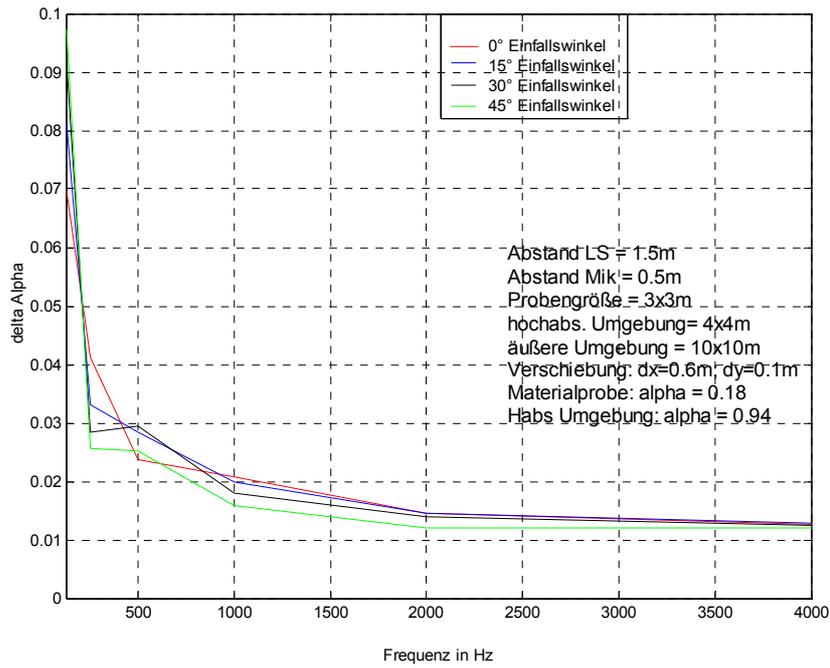


Abb. 3.14: Fehler des Absorptionskoeffizienten von 0° bis 45° Einfallswinkel

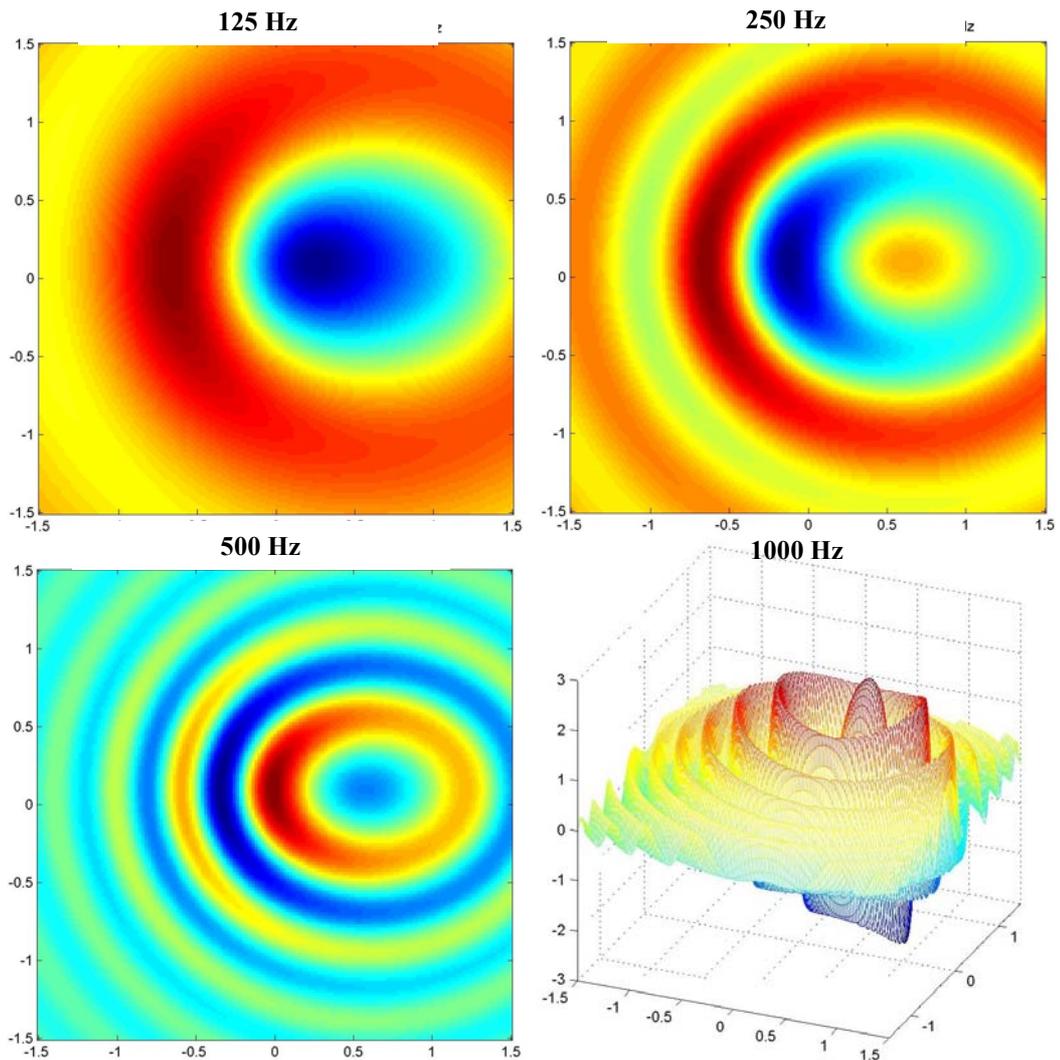


Abb. 3.15: Schalldruckverteilung auf der Probenfläche bei 45° Einfallswinkel

## 4 Methoden zur Impulsantwortmessung<sup>5</sup>

### 4.1 Allgemeines

Eine der wichtigsten Eigenschaften eines linearen zeitinvarianten Übertragungssystems ist seine Impulsantwort. Diese kann mit unterschiedlichen Verfahren gemessen werden. Ganz allgemein gelten folgende Anforderungen an die Messmethode:

- Das Anregungssignal muss absolut reproduzierbar sein.
- Der Signal-Rauschabstand der Impulsantwort muss groß genug sein, um eine störungsfreie Weiterverarbeitung zu gewährleisten ( $> 80$  dB).
- Nichtlinearitäten sollen durch die Messmethode möglichst gut unterdrückt werden

Die verschiedenen Messverfahren unterscheiden sich durch ihre Erregersignale und den damit verbundenen Nachverarbeitungsschritten. Je nach angewandter Methode ergeben sich große Unterschiede in Bezug auf den Energiegehalt des Erregersignals und dem damit einhergehenden Signal-Stör-Abstand.

Die zur Messung von Raumimpulsantworten am besten geeigneten Methoden sollen in diesem Kapitel gegenübergestellt werden.

Methoden	Anregungssignal	Nachverarbeitung
TDS	Linearer Sweep	Multiplikation + Tiefpassfilterung
MLS	Pseudostochastisches weißes Rauschen	Kreuzkorrelation
Sweep-Technik	Logarithmischer Sinus Sweep	Entfaltung

<sup>5</sup> Diese Kapitel entstand in Kooperation mit Stefan Warum im Zuge seiner Diplomarbeit („Binaurale Raumaualisation“) am Institut für Elektronische Musik und Akustik an der Kunstuniversität Graz.

## 4.2 Erregersignale

Voraussetzung für ein geeignetes Erregersignal ist ein bekanntes Amplituden- und Phasenspektrum über dem gewünschten Frequenzbereich.

### 4.2.1 Impulserregung

Impulse sind breitbandige Signale mit hohem Crestfaktor, die bei Abstrahlung über elektroakustische Anlagen nur mit geringen Energiegehalten verzerrungsfrei wiedergegeben werden können. In der raumakustischen Messtechnik erfolgt eine Impulsanregung oft mittels Pistolenknall oder Funkenstrecke, die zwar einen hohen Energiegehalt besitzen, jedoch für die anschließende Signalverarbeitung nicht ausreichend reproduzierbar sind.

### 4.2.2 Rauschen

Rauschen kann als Impulsfolge gedeutet werden, bei der alle Frequenzen statistisch gleichmäßig verteilt auftreten. Mit Rauschen als Anregungssignal sind zwar die Parameter der statistischen Raumakustik bestimmbar, jedoch ist mit diesem stochastischen Signal die Messung von Impulsantworten auf Grund der zufälligen Amplitude und Phasenlage nicht möglich.

### 4.2.3 Pseudorauschen

Ziel bei der Generierung von Pseudorauschen ist die Berechnung eines Zeitsignals mit definiertem Amplitudenspektrum. Dazu werden die spektralen Anteile derart phasenverschoben, dass das daraus entstehende Zeitsignal einen stark optimierten Leistungsgehalt besitzt. Durch die bekannte Phasenlage ist dieses Erregersignal auch reproduzierbar und somit für Impulsantwortmessungen geeignet.

### 4.2.4 Zeitgedehnter Impuls

Sinn und Zweck der zeitlichen Aufdehnung eines Impulses ist es, die gewünschte sehr hohe Impulsenergie über ein längeres Zeitfenster zu verteilen. Der Impuls kann als ein diskretes Spektrum genügend dicht aneinanderliegender Spektrallinien gleicher Amplitude betrachtet werden. Mit einer frequenzabhängigen Phasenverschiebung erreicht man eine Impuls-Dehnung, die sich als individuelle zeitliche Verschiebung der einzelnen

Spektrallinien äußert. Dieses Signal wird nun zur Anregung verwendet. Die Impulsantwort erhält man durch eine anschließende Stauchung des gemessenen Signals, die die vorangegangene Dehnung rückgängig macht.

### 4.3 Time Delay Spectrometry (TDS)

Dieses Verfahren erlaubt es Freifeldmessungen im schallarmen Raum zu simulieren, indem die auftretenden Reflexionen und Störgeräusche rechnerisch weitgehend ausgeschlossen werden. Das TDS-Verfahren benutzt als Prüfsignal einen zeitlich linearen Sinussweep ( $df/dt = \text{konstant}$ ). Dieser besitzt eine konstante Amplitude und erzeugt in Summe ein weißes Spektrum. Im Wesentlichen besteht ein TDS-System aus einem Sweep-Generator, der ein Sinus- sowie ein Cosinus-Signal steigender Frequenz erzeugt. Diese sind phasenstarr miteinander verkoppelt. Eines dieser beiden Messsignale wird dem Lautsprecher zugeführt, dessen Antwort darauf jeweils mit dem Originalsignal (z.B. Sinus) und dem um  $90^\circ$  phasengedrehten Anregungssignal (Cosinus) zeitverzögert multipliziert wird. Diese Zeitverzögerung muss der akustischen Laufzeit zwischen Lautsprecher und Mikrofon entsprechen, um eine Lautsprecherimpulsantwort unter Freifeldbedingungen zu simulieren. Zur Übertragungsfunktion einer Reflexionsfläche gelangt man, indem als Zeitverzögerung die Laufzeit zwischen Lautsprecher, Reflexionsfläche und Mikrofon gewählt wird. Das Ausgangssignal der Multiplikatoren wird mit einem Tiefpass fixer Grenzfrequenz gefiltert und stellt dann bereits den Realteil (aus der Multiplikation mit dem Sinus) und Imaginärteil (aus der Multiplikation mit dem Cosinus) der gesuchten Übertragungsfunktion dar.

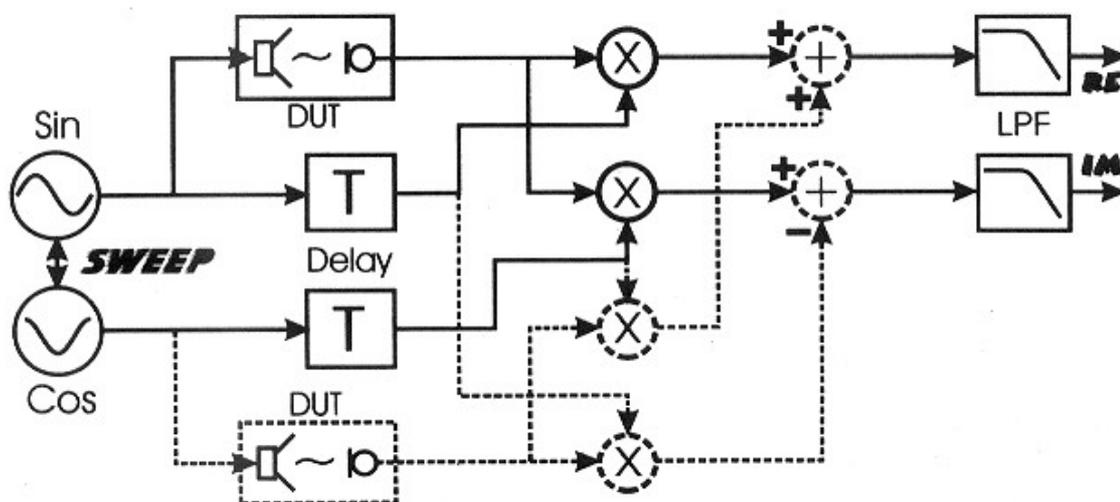


Abb. 4.1: Prinzipielle Funktionsweise eines TDS-Messsystems [Müller, 2001]

Diese Multiplikationsstufen erzeugen Summations- und Differenzfrequenzen des Eingangssignals. Die Summationsterme beider Multiplikatorausgänge müssen durch die Tiefpassfilter weggefiltert werden, wohingegen die Differenzfrequenzen durchgelassen werden. Wenn die Frequenzen des vom Generator erzeugten Signals und des empfangenen Signals nahezu übereinstimmen, dann ist die Differenzfrequenz sehr klein und wird daher vom nachgeschalteten Tiefpassfilter durchgelassen. Aus diesem Grund muss das Generatorsignal um die akustische Laufzeit von Lautsprecher zum Mikrofon verzögert der Multiplikationsstufe zugeführt werden. In der Praxis ergibt sich dadurch bei Lautsprecherimpulsantworten eine gute Unterdrückung von unerwünschten Raumreflexionen, da diese ja verspätet eintreffen und somit eine niedrigere Momentanfrequenz besitzen. Sie bilden also am Multipliziererausgang eine Summationsfrequenz, die vom nachfolgenden Tiefpassfilter weggefiltert wird. Das Ergebnis der TDS-Methode ist eine Impulsantwort aus der man die Übertragungsfunktion nach Betrag und Phase erhält [Müller, 2001], [Stan, 2002].

Nachteile der TDS:

- Als Anregungssignal dient ein linearer Sweep, der in den meisten Messungen einen zu geringen Rauschabstand bei tiefen Frequenzen liefert. Um in diesem Frequenzbereich die Einwirkdauer des Sweeps und somit die spektrale Leistungsdichte zu vergrößern, muss der Sweep sehr lang gemacht oder in zwei Frequenzbereiche (z.B.  $< 500$  Hz und  $> 500$  Hz) aufgesplittet werden.
- An der unteren Bandgrenze, wo die Summenfrequenzen der Multiplikatoren im Bereich der Tiefpassgrenzfrequenz liegen, kommt es zu einem oszillierenden Verlauf des gemessenen Spektrums. Dagegen bietet sich ein Herabsetzen der Tiefpassgrenzfrequenz an. Zur Beibehaltung der gleichen Frequenzauflösung muss dann aber die Dauer des Sweeps proportional erhöht werden. Mit dem in Abb. 4.1 durch die strichlierten Linien dargestellten zweiten Messdurchlauf können diese Ripple-Effekte im tieffrequenten Bereich beseitigt werden.

Bei diesem gespiegelten Messaufbau wird der Lautsprecher mit einem Cosinus- anstatt mit einem Sinussignal angeregt. Der Effekt nach den Auswertoperationen ist, dass sich die Summationsterme gegenseitig auslöschen. Aus diesem Grund kann der nachgeschaltete Tiefpassfilter weggelassen werden. Um eine gesamte Raumimpulsantwort mit all ihren frühen und diffusen Reflexionen zu erhalten, muss dieser Tiefpassfilter weggelassen werden. Das bedeutet, dass man mit der TDS-Methode nur dann eine lange

Raumimpulsantwort messen kann, wenn man die zweifache Anregungsmethode ohne nachgeschalteten Tiefpass verwendet.

Trotz der Beseitigung der Summationsterme mit dem gespiegelten Messdurchlauf, kann es noch immer zu Ripple-Effekten am Beginn und am Ende des Sweeps kommen. Dies sind transiente Ein- und Ausschwingvorgänge, die durch das plötzliche Ein- und Auschalten des Sweeps entstehen. Dieses Problem kann man umgehen, indem man die Startfrequenz des Sweeps deutlich unter die interessierende Frequenz legt. Das kann einen Start des Sweeps bei negativen Frequenzen erfordern, was in der Praxis ein Starten des Sweeps bei positiven Frequenzen in Richtung 0 Hz bedeutet. Bei 0 Hz angelangt, steigt die Sweepfrequenz wieder an.

Vorteile der TDS:

- Durch den nachgeschalteten Tiefpassfilter werden auch die harmonischen Verzerrungen des Lautsprechers, die eine höhere Momentanfrequenz besitzen sehr gut unterdrückt.
- Die TDS-Methode mit doppelter Anregung besitzt einen großen Rauschabstand bei störungsfreier Umgebung.
- Der Crestfaktor des Sinus-Sweep beträgt nur 3 dB.
- Große Toleranz gegen Zeitinvarianz.

## 4.4 Maximum Length Sequence (MLS)

Bei der MLS-Technik wird der Raum mit einem pseudostochastischen, periodischen Rauschsignal angeregt, die Systemantwort gemessen und dann mit dem bekannten Erregersignal kreuzkorreliert. Als Ergebnis erhält man die periodische Impulsantwort des Raumes.

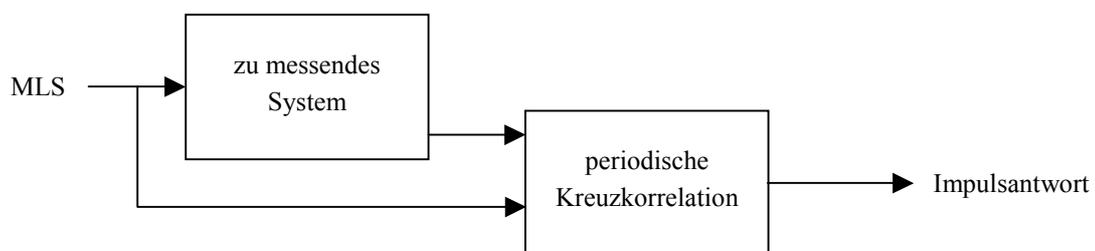


Abb. 4.2: Funktionsweise der MLS-Messung

Vorteil der MLS-Technik ist, dass nicht das Erregersignal einem Impuls gleichen muss, sondern die Autokorrelationsfunktion des Erregersignals, was auf ein weißes Spektrum hindeutet. Maximalfolgen sind periodische binäre pseudostochastische Rauschsignale, die weißem Rauschen sehr ähnlich sind, ohne dabei zufällig zu sein. Die Anzahl der Samples  $L$  einer MLS-Periode  $m$ -ter Ordnung berechnet sich aus  $L = 2^m - 1$ .

Die tatsächliche Periodendauer  $T$  des MLS-Signals ergibt sich aus der Beziehung

$$T = L \cdot \Delta t = \frac{L}{f_c} \quad (4.1)$$

mit  $\Delta t$  ... Dauer eines logischen Zustandes

$f_c$  ... Taktfrequenz des MLS-Signals.

Aus dem Kehrwert der Periodendauer  $T$  berechnet sich die Frequenzauflösung der MLS-Messung.

Ursprünglich wurden die Werte der Maximalfolgen aus einem deterministischen Prozess mit Hilfe eines rückgekoppelten Schieberegisters gewonnen. Die Kaskadierung der einzelnen Register wird mathematisch durch ein spezielles Polynom der Ordnung  $m$  (Anzahl der Register) bestimmt. Die aus dem Schieberegister erhaltene logische 0- und 1-Folge wird den analogen Werten  $+1$  und  $-1$  zugeordnet, um eine Sequenz zu erzeugen, die symmetrisch zur Nullachse ist und somit keinen Gleichanteil besitzt. Heutzutage wird die Sequenz direkt mit einem Softwarealgorithmus generiert.

Bei der Messung wird der Pegel der MLS-Folge zwischen den einzelnen Impulsen konstant gehalten, da Einzelimpulszüge zu wenig Energie in den Raum abgeben würden. Diese Haltefunktion erster Ordnung führt im Zeitbereich zu einer Faltung des Impulszuges mit einer Rechteckfunktion, was im Frequenzbereich der Multiplikation des Spektrums mit einer Sincfunktion entspricht. Daraus resultiert ein Pegelabfall von ca. 4 dB bei der halben Abtastrate, der kompensiert werden muss.

Da das Spektrum des anregenden Signals nahezu weißem Rauschen entspricht, ergibt sich aus dessen periodischer Kreuzkorrelation mit der Systemantwort die gesuchte Raumimpulsantwort. Die Korrelation kann direkt im Zeitbereich mit der schnellen Hadamard-Transformation (FHT) oder im Frequenzbereich durch konjugiert-komplexe Multiplikation durchgeführt werden [Stan, 2002],[Rife, 1989].

Vorteile der MLS-Methode:

- Unempfindlichkeit gegen Störgeräusche → Aufgrund des stark unregelmäßigen Phasenverlaufs der Maximalfolge, wird jede Störkomponente in der Systemantwort, die nicht mit dem Anregungssignal korreliert ist, über die gesamte Länge der Impulsantwort gleichmäßig verteilt. Durch Mittelung mehrerer Messungen reduziert sich der Einfluss der Störgeräusche um 3 dB je Verdoppelung der Messanzahl.
- Kurze Messdauer
- Hoher Energiegehalt des Messsignals, das den maximal erreichbaren Crestfaktor von 1 besitzt. Die digitalen Antialiasingfilter von Oversampling-DA-Konvertern verursachen allerdings Überschwinger an den steilen Flanken der MLS. Um Übersteuerungen des Filters zu vermeiden, ist es daher notwendig, die MLS mit 5 - 8dB unter Volllaussteuerung in den Konverter zu speisen.

Nachteile der MLS-Methode:

- Nichtlinearitäten und Zeitinvarianzen des Messsystems, speziell des Lautsprechers, verursachen Verzerrungsspitzen (Phantompeaks), die in der resultierenden Impulsantwort annähernd gleichmäßig verteilt sind.

## 4.5 Sweeptchnik

Als Messsignal wird in der Sweeptchnik ein logarithmischer Sinussweep verwendet. Aus der Dekonvolution (Entfaltung) der gemessenen Systemantwort mit dem Sweep erhält man die Raumimpulsantwort.

Die MLS- und die TDS-Methode gehen von der Annahme aus, dass das zu untersuchende System perfekte Linearität und Zeitinvarianz besitzt. Da diese Bedingungen in der Praxis nicht absolut erfüllbar sind, treten bei beiden Verfahren Messfehler auf.

Verwendet man einen logarithmischen Sweep als Anregungssignal, so ist es möglich die lineare Impulsantwort und die Impulsantworten jeder einzelnen harmonischen Verzerrung zu bestimmen. Diese Messmethode ist robust gegen geringe Zeitvarianzen des Systems.

### 4.5.1 Systemtheoretische Grundlagen

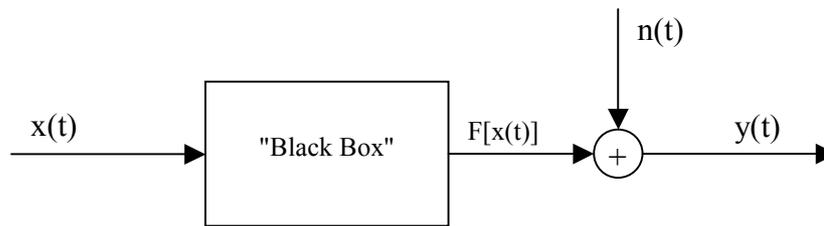


Abb. 4.3: allgemeiner Eingang/Ausgang Signalfluss [Farina, 2000]

Betrachtet man die gesamte Messstrecke als "Blackbox", so ergibt sich das am Mikrofon empfangene Signal  $y(t)$  aus der Summe der Systemantwort auf das Eingangssignal  $x(t)$  und den überlagerten Störungen  $n(t)$ .

$$y(t) = n(t) + F[x(t)] \quad (4.2)$$

Für den Fall eines linearen und zeitinvarianten Übertragungssystems (LTI-System) entspricht die Funktion  $F[x(t)]$  der Faltung des Eingangssignals  $x(t)$  mit der Impulsantwort  $h(t)$  des Systems.

$$y(t) = n(t) + x(t) \otimes h(t) \quad (4.3)$$

Bei raumakustischen Messungen kann man jedoch nicht von einem linearen und zeitinvarianten Übertragungssystem ausgehen. Hauptverantwortlich für die Nichtlinearitäten der Messstrecke sind die harmonischen Verzerrungen des Lautsprechers. Die Ursache für die Zeitinvarianz des Messsystems liegt einerseits in der Erwärmung der Lautsprecherspule mit zunehmender Messdauer und andererseits in den Schwankungen der Raumtemperatur und den damit verbundenen Veränderungen der Schallausbreitungsgeschwindigkeit.

Der Störanteil  $n(t)$  wird durch die synchrone Mittelwertbildung mehrerer gemessener Ausgangssignale  $y(t)$  reduziert. Das daraus erhaltene Signal  $\hat{y}(t)$  besitzt ein um 3 dB je Messungsverdoppelung verbessertes Signal-Rauschverhältnis.

Um  $h(t)$  zu bestimmen, ist die "Entfaltung" des Ausdrucks  $x(t) \otimes h(t)$  notwendig. Diese Operation ist auf zwei Varianten lösbar.

#### 1.) Lösung im Zeitbereich:

Die Dekonvolution ist im Zeitbereich nur dann möglich, wenn ein geeignetes inverses Filter  $f(t)$  gefunden werden kann, das als Faltungsergebnis mit dem Eingangssignal  $x(t)$  den Diracimpuls  $\delta(t)$  ergibt.

$$x(t) \otimes f(t) = \delta(t) \quad (4.4)$$

Die Impulsantwort des Systems berechnet sich aus der Faltung der gemessenen Systemantwort  $y(t)$  mit dem inversen Filter  $f(t)$ .

$$h(t) = y(t) \otimes f(t) \quad (4.5)$$

## 2.) Lösung im Frequenzbereich:

Die Entfaltung erfolgt durch die Division der Spektren  $X(f)$  und  $\hat{Y}(f)$ . Da das einer zirkulären Dekonvolution entspricht, besteht die Gefahr von zeitlichem Aliasing. Hat  $x(t)$  die Länge  $N$  und  $\hat{y}(t)$  die Länge  $M$ , so besitzt das Ergebnis der linearen Faltung die Länge  $N+M-1$ . Bevor nun die Fouriertransformation von  $x(t)$  und  $\hat{y}(t)$  geschieht, müssen daher beide Signale auf die Länge  $N+M-1$  mit Nullen aufgefüllt werden, um zeitliche Aliasing zu vermeiden. Die Dekonvolution erfolgt nun durch Division im Frequenzbereich. Die gesuchte Impulsantwort  $h(t)$  ergibt sich aus der anschließenden Rücktransformation.

$$h(t) = IFFT \left[ \frac{FFT(\hat{y}(t))}{FFT(x(t))} \right] \quad (4.6)$$

Beide Lösungsmethoden verursachen eine Drehung des Sonogramms gegen den Uhrzeigersinn, sodass die lineare Impulsantwort genau als vertikale Linie dargestellt wird. Die Verzerrungsprodukte werden dabei nach "negative" Zeiten verschoben und erscheinen im Fall des log. Sinus-Sweeps ebenfalls als vertikale Linien im Sonogramm.

In der Systemantwort  $\hat{y}(t)$  treten bei jeder Momentanfrequenz des Anregungssignals die zugehörigen harmonischen Verzerrungen zur gleichen Zeit auf, sie haben daher die gleiche Gruppenlaufzeit. Jede harmonische Verzerrung kann als eigener log. Sweep aufgefasst werden, der zu einem früheren Zeitpunkt als das Anregungssignal gestartet wurde. Bei der Division von  $\hat{Y}(f)$  durch  $X(f)$  subtrahieren sich die zugehörigen Gruppenlaufzeiten, sodass alle Frequenzanteile des Anregungssignals im Zeitpunkt  $t = 0$  zu einem Impuls (konstante Gruppenlaufzeit) zusammengeführt werden. Betrachtet man gleiche Frequenzen in den harmonischen Verzerrungen, so ist ersichtlich, dass diese zu früheren Zeitpunkten auftreten als die jeweilige Frequenz im Anregungssignal. Sie besitzen daher kleinere Gruppenlaufzeiten, was sich bei der Division im Frequenzbereich durch eine Überführung der harmonischen Verzerrungen in separate Impulse bei negativen Zeiten äußert (siehe Abb. 4.4 rechts unten). Somit können bei der log. Sweep-Methode die Impulsantworten für jede harmonische Verzerrung mit der zugehörigen Raumimpulsantwort bestimmt werden.

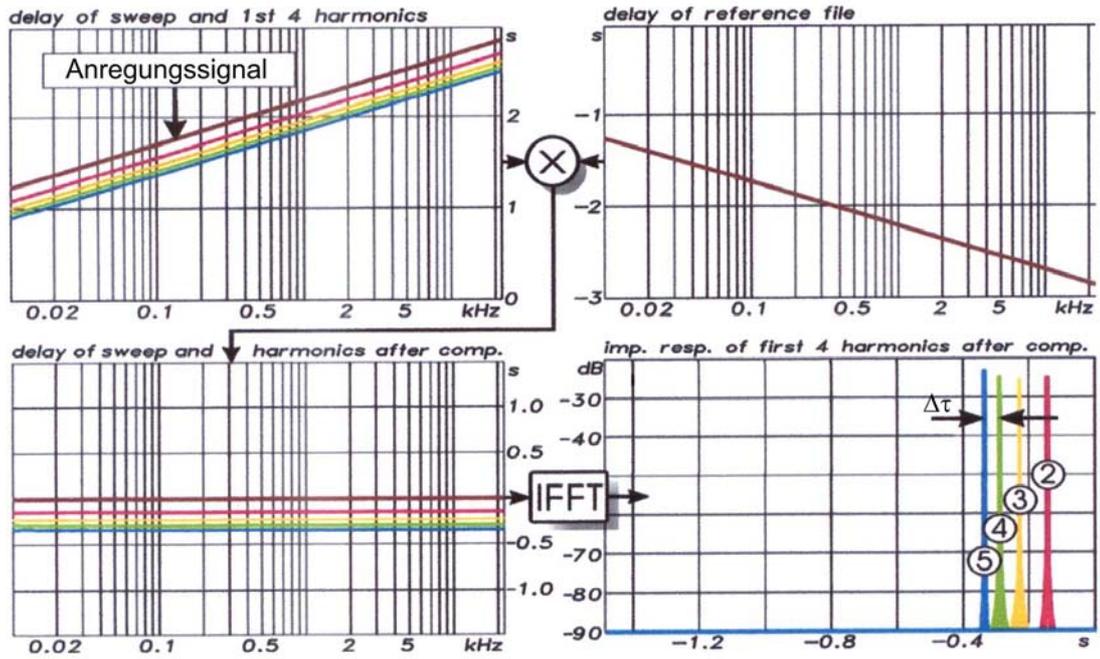


Abb. 4.4: Gruppenlaufzeit des Anregungssignals und der ersten vier harmonischen Verzerrungen (links oben), Multiplikation mit Spektrum des inversen Anregungssignals (rechts oben), entfalteter Sweep mit den Harmonischen (links unten) und Position der Impulsantworten der Harmonischen (rechts unten) [Müller, 2001]

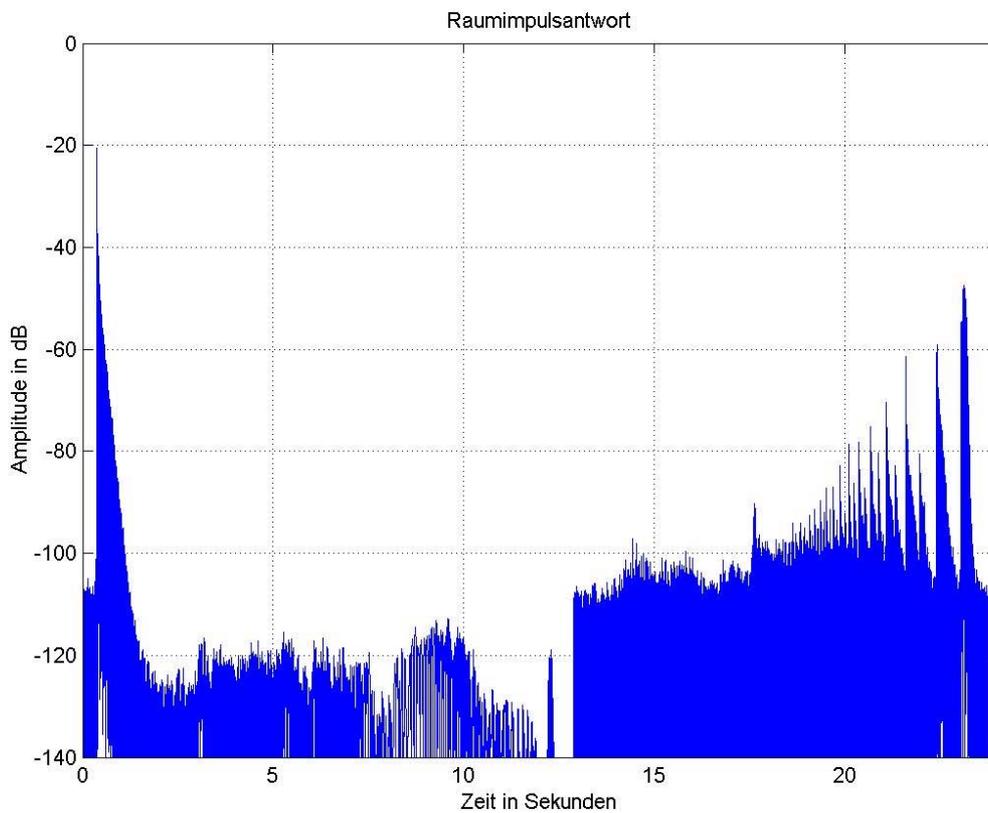


Abb. 1.5: Raumimpulsantwort mit harmonischen Verzerrungen

Wie sich aus Abb. 1.5 erkennen lässt, werden diese in Folge der Dekonvolution im Frequenzbereich zirkulär an das Ende der gesamten Raumimpulsantwort verschoben. In der abklingenden Flanke jeder harmonischen Verzerrung befindet sich die zugehörige Raumimpulsantwort.

#### 4.5.2 Generierung des Sweeps

Ein Sinussignal mit veränderlicher Frequenz kann mathematisch folgendermaßen beschrieben werden.

$$x(t) = \sin(f(t)) \quad (4.7)$$

Einen logarithmischen Sweep erhält man aus der Beziehung

$$x(t) = \sin \left[ K \cdot \left( e^{\frac{t}{L}} - 1 \right) \right]. \quad (4.8)$$

Die Ableitung des Arguments der Sinusfunktion nach der Zeit liefert die Momentanfrequenz. Mit Hilfe der Startfrequenz  $\omega_1$  zum Zeitpunkt  $t=0$  und der Stopfrequenz  $\omega_2$  zum Zeitpunkt  $t=T$  lassen sich die unbekanntenen Konstanten  $K$  und  $L$  berechnen.

$$K = \frac{T \cdot \omega_1}{\ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} \quad L = \frac{T}{\ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} \quad T \dots \text{Sweeplänge} \quad (4.9)$$

Daraus ergibt sich die Gleichung zur Berechnung des logarithmischen Sweeps:

$$x(t) = \sin \left[ \frac{\omega_1 \cdot T}{\ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} \cdot \left( e^{\frac{t}{T} \ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} - 1 \right) \right] \quad (4.10)$$

Durch die Ableitung des Arguments der Sinusfunktion nach der Zeit kann berechnet werden, bei welcher Zeitverschiebung  $\Delta t$  die obige Funktion eine Momentanfrequenz liefert, die der  $N$ -fachen der ursprünglichen Frequenz entspricht. Das Ergebnis repräsentiert die zeitliche Verschiebung der  $N$ -ten Verzerrung gegenüber der linearen Impulsantwort.

$$\Delta t = T \cdot \frac{\ln(N)}{\ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)} \quad \begin{array}{l} \Delta t \dots \text{Abstand der harmonischen Verzerrung} \\ \text{von der linearen Impulsantwort} \\ T \dots \text{Länge des Sweeps in Sekunden} \\ N \dots \text{Ordnung der harmonischen Verzerrung} \\ \omega_1 \dots \text{Startfrequenz des Sweeps} \\ \omega_2 \dots \text{Stopfrequenz des Sweeps} \end{array} \quad (4.11)$$

Der Zeitpunkt des Auftretens jeder einzelnen harmonischen Verzerrung ist in Bezug auf die lineare Impulsantwort als konstant anzusehen. Da  $\Delta t$  logarithmisch mit der Ordnung  $N$  zunimmt, verringert sich der Abstand zwischen den einzelnen harmonischen Impulsantworten mit zunehmender Ordnungszahl [Farina, 2000]. Wie bereits in der Erklärung zur Abb. 1.5 erwähnt wurde befindet sich in der abklingenden Flanke jeder Harmonischen die zugehörige Raumimpulsantwort. Damit sich der abklingende Teil der Raumimpulsantwort von der Verzerrung zweiter Ordnung nicht mit der linearen Impulsantwort überlagert, muss die Sweeplänge  $T$ , bzw. die Start-/Stopfrequenz so gewählt werden, dass  $\Delta t$  größer ist als die Nachhallzeit des Messraumes.

### 4.5.3 Messumgebung

Hardware:

Das Messsystem basiert auf einem Laptop mit zugehöriger Audiohardware. Diese wird über einen ASIO-Treiber an das Betriebssystem angebunden, der kleine und vor allem reproduzierbare Latenzzeiten gewährleistet. Alle Messungen wurden bei einer Samplingrate von 44,1kHz und mit 24bit Auflösung durchgeführt. Aufgrund der hohen Qualität der DA- und AD-Konverter sowie der Messmikrofone samt Vorverstärker lässt sich eine Verfälschung der Ergebnisse durch die diese Komponenten von vornherein weitgehend ausschließen.

Software:

Die praktische Durchführung der Messung wurde in Pure Data (PD) [Puckette] realisiert. PD ist eine grafische Programmierumgebung für die Audiosignalverarbeitung in Echtzeit. Die Aufgabe des Messprogramms besteht im Wesentlichen in der Wiedergabe des Testsignals und der synchronen Aufnahme der zu messenden Systemantwort. Die Generierung des Testsignals sowie die Auswertung der Messung wurde in MATLAB implementiert.

Wie schon oben erwähnt hat bei der Sweepmessung die Nachhallzeit des Raumes entscheidenden Einfluss auf die Wahl des Testsignals. Bei vorgegebenen Start- und Stopfrequenzen von 20Hz und 20kHz muss die Sweepdauer derart gewählt werden, dass sich die lineare Impulsantwort und die der ersten harmonischen Verzerrung nicht überlappen, d.h. die Verschiebung zu negativen Zeiten muss größer sein als die Länge der Raumimpulsantwort der Messraumes. Für den IEM-Cube mit einer mittleren Nachhallzeit von 0,7s (wo der überwiegende Anteil der Messungen stattfand), ergibt sich gemäß

Gleichung (4.11) eine Sweepdauer von mindestens 7s. Außerdem muss die Aufnahmedauer ausreichend länger als die der Wiedergabe sein, um das Abklingen des Raumes nicht abzuschneiden. In diesem Fall würde sich ein Fehler bei hohen Frequenzen ergeben. Tiefe Frequenzen, die schon am Beginn des Messsweeps stattfinden, sind meist hinreichend abgeklungen. In MATLAB wurden Sweepfiles verschiedener Dauer generiert, woraus je nach Länge der Raumimpulsantwort der für die Messung am besten geeignete Sweep ausgewählt wurde. Um transiente Störungen durch den Einschaltvorgang zu vermeiden, wurde der Beginn des Sweeps mit einem kurzen Hanningfenster ein geblendet, was grundsätzlich einen Fehler bei tiefen Frequenzen unter 25 Hz verursacht. Da in diesem Frequenzbereich aufgrund des Frequenzgangs des Messlautsprechers sowie der erreichbaren Frequenzauflösung keine validen Daten zu erwarten sind, kann der Fehler vernachlässigt werden.

PD-Patch:

In PD wurde ein Messpatch entwickelt, der alle notwendigen Parametereinstellungen über eine grafische Bedienoberfläche erlaubt.

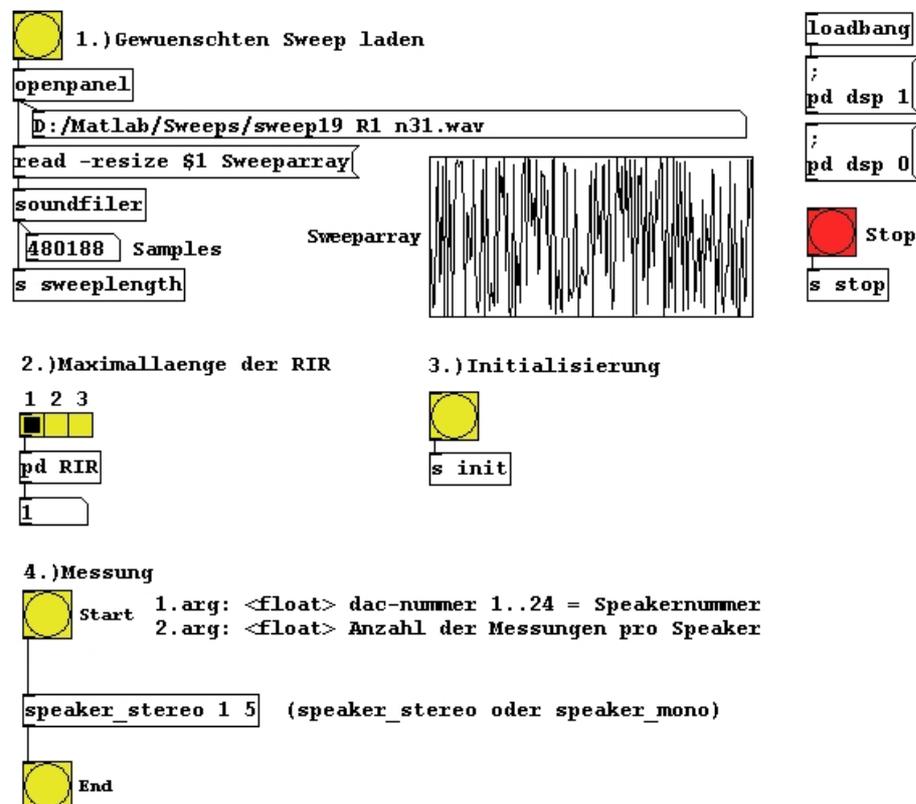


Abb. 4.6: grafische Oberfläche für die Messung in PD

### Parametereingabe:

Alle für die Parametereingabe wichtigen Elemente sind farblich gekennzeichnet

1. Gewünschten Sweeps laden

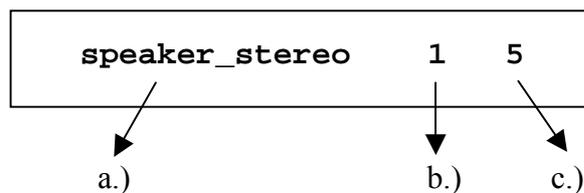
2. Maximallänge der RIR (Raumimpulsantwort)

Dieser Parameter reserviert einen Speicherbereich, der zu Aufnahme des abklingenden Nachhalls des Messraumes benötigt wird.

3. Initialisierung

Initialisiert alle Unterprogramme mit den gewählten Einstellungen, und ist bei Abbruch einer Messung für die Rücksetzung der Variablen notwendig

4. Messung



a.) Für eine Einkanalmessung muss die Eingabe von "speaker\_mono" erfolgen und für eine Zweikanalmessung wird "speaker\_stereo" eingetragen.

b.) Dieser Parameter bestimmt den verwendeten DA-Konverter Ausgangskanal.

c.) Bestimmt die Anzahl der Messwiederholungen.

Im Zuge der Messauswertung in MATLAB werden vier Messungen gemittelt.

Dadurch verbessert sich der Signal-Rauschabstand des Ergebnisses um 6 dB.

5. Stop

Durch die Betätigung des Stoppbuttons kann die Messung jederzeit abgebrochen werden. Danach ist für eine weitere Messung jedoch eine erneute Initialisierung notwendig.

## 5 Messmethoden zur richtungsabhängigen Reflexionsfaktormessung

### 5.1 Allgemeine Grundlagen

#### 5.1.1 Geometrische Schallausbreitungsgesetze

Das FERMATsche Prinzip besagt, dass jedes Schallereignis vom Sender zum Empfänger immer den schnellsten Weg nimmt. In einem homogenen Medium (konstante Schallausbreitungsgeschwindigkeit) ist der schnellste auch immer der kürzeste Weg, der die Form einer Geraden besitzt. Dies führt zu der in der geometrischen Raumakustik üblichen Strahlenbetrachtung, bei der die akustische Wellenausbreitung in lauter gerade Schallstrahlen zerlegt wird, die bei einer Kugelwelle in alle Richtungen geradlinig weggehen. Sobald jedoch diese Schallstrahlen auf ein Hindernis treffen, wird die geradlinige Schallausbreitung gestört. Diese Störungen zeigen sich als Reflexion, Beugung, Abschattung und Brechung und definieren zugleich die Grenzen der Gültigkeit der geometrischen Raumakustik. In diesem Zusammenhang spielt das Verhältnis von Hindernisgröße zur Wellenlänge des sich ausbreitenden Schalls eine große Rolle.

#### **Reflexion:**

Prinzipiell unterscheidet man zwischen geometrischer Reflexion an einer glatten Oberfläche und diffuser Reflexion an einer relativ zur Wellenlänge grob gegliederten Oberfläche. Bei der geometrischen Reflexion gelten die Reflexionsgesetze:

- Einfallender Strahl, Einfallslot und ausfallender Strahl liegen in einer Ebene
- Einfallswinkel = Reflexionswinkel

Im Fall der diffusen Reflexion wird der einfallende Schallstrahl in alle Richtungen gestreut.

**Beugung:**

Der Schallstrahl (Schallwelle) wird umso besser um das Hindernis herum gebeugt, je kleiner die Hindernisgröße im Verhältnis zur Wellenlänge ist. Ist das Hindernis sehr klein gegen die Wellenlänge so tritt keine störende Wirkung auf die Schallstrahlenausbreitung auf.

**Abschattung:**

Abschattung ist gegeben, wenn die Hindernisabmessungen groß im Verhältnis zur Wellenlänge sind. An der räumlichen Abschattungsgrenze treten Beugungserscheinungen auf.

**Brechung:**

Die Brechung von Schallstrahlen tritt beim Übergang von einem Medium in ein anderes auf. Da gemäß dem FERMATschen Prinzip der Schall immer den schnellsten Weg nimmt und verschiedene Medien unterschiedliche Schallausbreitungsgeschwindigkeiten besitzen, kommt es zu einer Brechung des Strahls zum Lot beim Übergang in ein akustisch dichteres Medium bzw. vom Lot beim Übergang in ein akustisch dünneres Medium. So tritt z.B. eine Schallstrahlenkrümmung nach unten ein wenn die Temperatur der Luft nach oben hin zunimmt.

Der Strahlenbegriff ist sinnvollerweise nur dann zu verwenden, wenn keine Beugungen, sondern nur geometrische Reflexionen an Oberflächen mit relativ (im Verhältnis zur Wellenlänge) großen Abmessungen und relativ kleiner Rauigkeit erfolgen.

**5.1.2 Der Absorptionsgrad**

Trifft ein Schallstrahl auf ein Hindernis, so erfährt seine geometrische Reflexion einen Energieverlust. Dieser Energieverlust des Schallstrahls wird durch den Absorptionsgrad  $\alpha$  wie folgt beschrieben

$$\alpha = \frac{\text{nicht reflektierte Energie}}{\text{eintreffende Energie}}. \quad (5.1)$$

Der Absorptionsgrad  $\alpha$  ist also der Quotient der Intensitäten von nicht reflektierter zu auftreffender Schallenergie und ist mit dem Reflexionsfaktor

$$\rho = \frac{\text{reflektierte Energie}}{\text{eintreffende Energie}} \quad (5.2)$$

über die Beziehung

$$\alpha + \rho = 1 \quad (5.3)$$

verknüpft.

Die nicht reflektierte Energie des Schallstrahls wird zu einem Teil beim Durchtritt durch das Hindernis in Wärmeenergie (Dissipationsgrad  $\delta$ ) übergeführt und zum anderen Teil durch das Hindernis durchgeleitet (Transmissionsgrad  $\tau$ ).

$$\alpha = \delta + \tau \quad (5.4)$$

Der auf ein Hindernis eintreffende Schallstrahl  $p_{\text{ein}}$  wird also in einen reflektierten  $p_{\text{ref}}$ , einen dissipierten und einen transmittierten  $p_{\text{trans}}$  Anteil aufgeteilt.

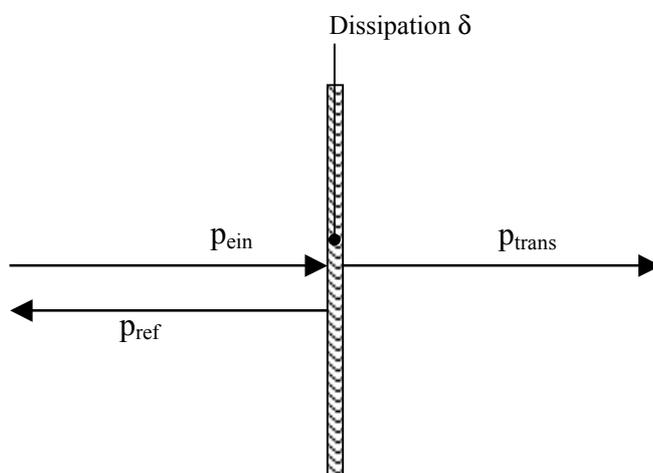


Abb. 5.1: Teilreflexion bei senkrechtem Schalleinfall

Ist das Hindernis beispielsweise eine harte Betonwand, so ist der transmittierte Anteil vernachlässigbar klein ( $\tau=0$ ), sodass der Absorptionsgrad  $\alpha$  dem Dissipationsgrad  $\delta$  entspricht. Im Fall der Betonwand wird nur sehr wenig Energie in Wärme umgewandelt. Daher wird die einfallende Schallenergie beinahe zur Gänze an den reflektierten Schallstrahl weitergegeben.

### 5.1.3 Fresnel'sche Zonen

Wie bereits erwähnt, kann nur dann von einer geometrischen Reflexion ausgegangen werden, wenn die Abmessungen der Reflexionsfläche groß im Verhältnis zur Wellenlänge sind. Es soll nun anhand der Fresnel'schen Zonen die Eigenschaften der Reflexion betrachtet werden, wenn diese Forderung nicht eingehalten wird. Bei der in Abb. 5.2 links wiedergegebenen Versuchsanordnung wurde von F. Spandöck die Reflexion des vom Lautsprecher L entsandten und aus einem kurzen Tonimpuls bestehenden Schalls an einer

zur Achse LM konzentrischen Kreisplatte in M mit Hilfe eines Mikrofons aufgezeichnet. Die Kreisplatte AB war hierbei wieder in einen Mittelkreis und drei Kreisringe, also insgesamt vier konzentrische Teilflächen unterteilt. Abb. 5.2 rechts zeigt die Versuchsergebnisse, wobei zunächst nur der Mittelkreis, dann Mittelkreis plus erster Ring usw. vorhanden waren. Es fällt zunächst auf, dass die Amplitude der reflektierten Welle mit dieser schrittweisen Flächenvergrößerung keineswegs monoton wächst, sondern bald zu- und bald abnimmt. Die Beschreibung dieses Effektes muss mit der Wellennatur des Schalls erfolgen. Nach dem Huygen'schen Prinzip ist jeder Punkt der reflektierten Platte Ausgangspunkt einer Halbkugelwelle. Die reflektierten Wellen stehen zueinander in verschiedenen Phasenlagen, und können sich im Mikrophonpunkt M addieren oder auslöschen, was als Interferenz bezeichnet wird. Wellenanteile deren Reflexionspunkte nicht im Mittelpunkt der Platte liegen, eilen der Reflexion im Mittelpunkt der Platte phasenmäßig infolge der längeren Laufzeit nach. Die Radien  $\rho_1$  bis  $\rho_4$  können gemäß der Gleichung (5.5) so gewählt werden, dass eine Phasenverschiebung zwischen den Weglängen Lautsprecher L – Reflexionsort R – Messpunkt M um  $\lambda/2$  eintritt.

$$\sqrt{a_1^2 + \rho_n^2} + \sqrt{a_2^2 + \rho_n^2} - a_1 - a_2 = n \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (5.5)$$

Man bezeichnet diese dabei entstehenden Kreisringe, die nach dem Huygen'schen Prinzip jeweils Schalldruckanteile von nahezu gleicher Amplitude, aber mit abwechselnd entgegengesetzten Phasen liefern, nach dem Physiker Fresnel als Fresnel'sche Zonen.

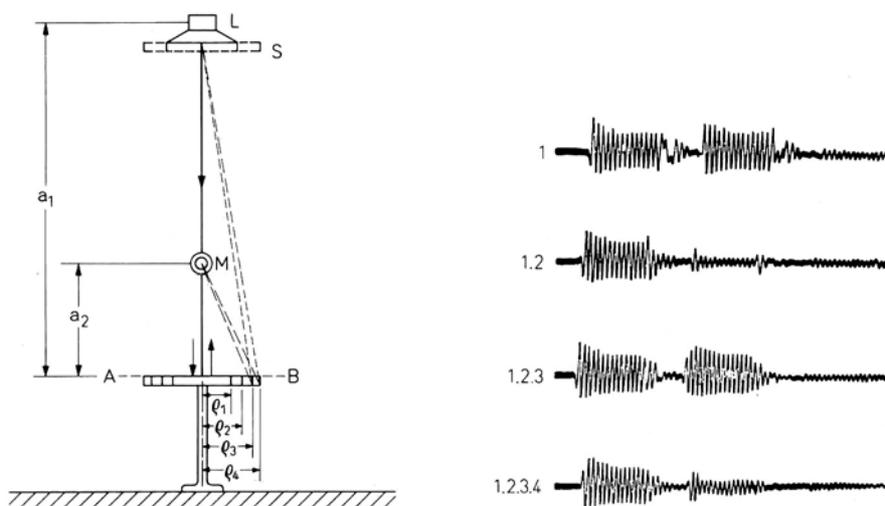


Abb. 5.2: Demonstration der FRESNEL'schen Zonen; links: Anordnung der „Zonen“-Platte; rechts: Kurztonoszillogramme des direkten und des reflektierten Schalls (nach Spandöck) [Cremer, 1978]

In der nachstehenden Abb. 5.3 ist die Schalldruckverteilung auf einer quadratischen Reflexionsfläche mit den Abmessungen 2 x 2 m für verschiedene Frequenzen dargestellt. Die Versuchsanordnung entspricht der in Abb. 5.2 dargestellten Situation, wobei  $a_1 = 2$  m und  $a_2 = 0,75$  m betragen. Rote Zonen kennzeichnen Druckmaximum, blau Druckminimum und grüne Zonen stellen den Nulldurchgang dar.

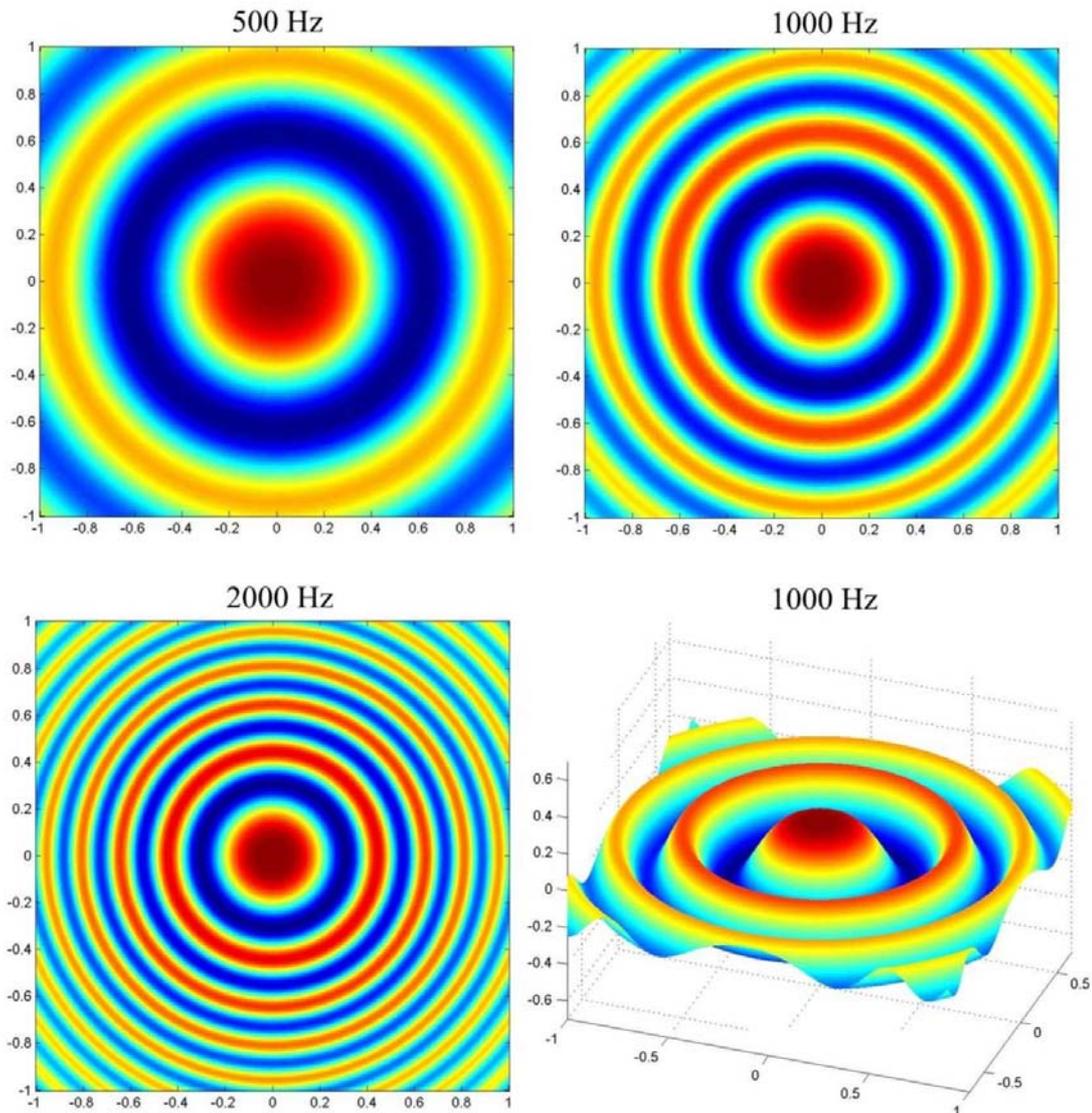


Abb. 5.3: Schalldruckverteilung auf einer quadratischen Reflexionsfläche mit 2 x 2 m bei 500 Hz, 1000 Hz und 2000 Hz.

Unter der Annahme, dass die Entfernung von Lautsprecher und Mikrofon groß im Vergleich zur Abmessung der Reflexionsfläche ist, berechnen sich die Radien der Fresnel'schen Zonen wie folgt:

$$\rho_n^2 = \frac{n \cdot \lambda}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2}} \quad (5.6)$$

Mit dieser Bedingung ergibt sich, dass die Kreistränge gleiche Flächen haben. Wegen der nach außen hin größer werdenden Divergenz gelingt es jeder nachfolgenden Zone (von

$n = 1$  beginnend) jedoch nicht ganz die Wirkung der vorangegangenen auszulöschen. Da diese Änderung stetig und allmählich erfolgt, kann mit guter Annäherung gesagt werden, dass die Wirkung einer Zone durch die Summe der halben Nachbarzonen kompensiert wird. Bei einer sehr großen Platte bleibt dann schließlich nur die halbe innerste und die halbe äußerste Zone übrig. Da wegen der viel größeren Ausbreitungsdämpfung der äußersten Zone ihr Einfluss auf den Gesamtschalldruck im Mikrofon M vernachlässigt werden kann, beschreibt die Wirkung der ersten halben Zone den Schalldruck der beobachteten reflektierten Welle. Dieser bleibt also unabhängig von der Größe der Fläche konstant [Cremer, 1978], [Cremer, 1985].

Im Fall des schrägen Schalleinfalls kann mit Hilfe der Fresnel'schen Zonen abgeschätzt werden, unterhalb welcher Frequenz die Reflexionsfläche ihre geometrische Wirkung verliert. Anhand der Abb. 5.4 soll untersucht werden wann die Randstrahlen gegenüber dem mittleren Strahl bei den gegebenen Abständen  $a_1$  vom Sender S und  $a_2$  vom Empfänger E und gegebenem Einfallswinkel  $\theta$  zur Reflektormitte eine Wegdifferenz von einer Viertelwellenlänge aufweisen. Mit  $\lambda/4$  soll die Grenze der ersten halben Fresnel'schen Zone gefunden werden, die ja als Kriterium der geometrischen Reflexion gilt.

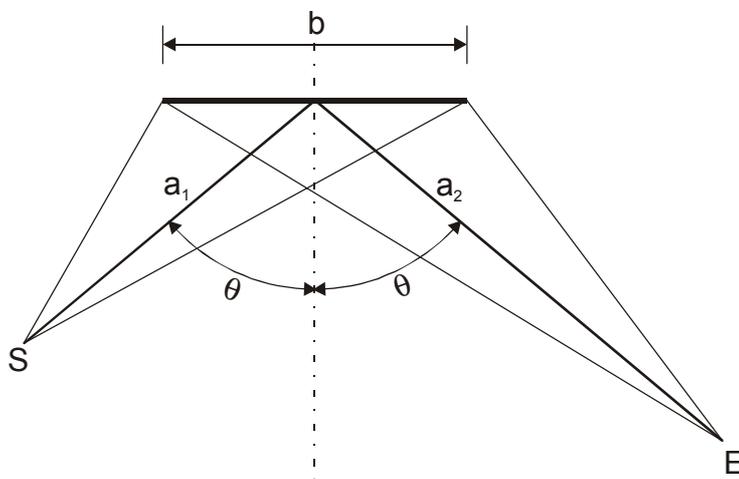


Abb. 5.4: Strahlenkonstruktion für schrägen Schalleinfall

Unter der Anwendung des Kosinussatzes führt diese Betrachtung zunächst zu zwei unterschiedlichen Bedingungen.

$$\sqrt{a_1^2 + \frac{b^2}{4} - a_1 b \sin(\Theta)} + \sqrt{a_2^2 + \frac{b^2}{4} + a_2 b \sin(\Theta)} - a_1 - a_2 = \frac{\lambda_{\max}}{4}$$

$$\sqrt{a_1^2 + \frac{b^2}{4} + a_1 b \sin(\Theta)} + \sqrt{a_2^2 + \frac{b^2}{4} - a_2 b \sin(\Theta)} - a_1 - a_2 = \frac{\lambda_{\max}}{4}$$

Unter der Annahme, dass die Reflektorabmessungen  $b$  klein gegen die Abstände zum Sender  $S$  und Empfänger  $E$  sind, führt die Reihenentwicklung der nach Herausziehen von  $a_1$  und  $a_2$  verbleibenden Wurzelausdrücke und deren Abbruch mit Gliedern der Ordnung  $(b/a)^2$  in beiden Fällen wegen Herausfallens der Glieder der Ordnung  $(b/a)$  auf:

$$\frac{1}{8} (b \cdot \cos(\Theta))^2 \cdot \left( \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right) = \frac{\lambda_{\max}}{4}. \quad (5.7)$$

Die wirksame Reflektorabmessung bei schrägem Schalleinfall ist durch  $b \cdot \cos(\Theta)$  zu ersetzen [Cremer, 1989].

## 5.1.4 Methoden zur Messung des Absorptionskoeffizienten

### 5.1.4.1 Kundt'sches Rohr

Das Kundt'sche Rohr besitzt einen Durchmesser, der im Verhältnis zur Rohrlänge sehr klein ist, weshalb sich in einem begrenzten Frequenzbereich nur eine ebene Welle ausbreiten kann. Der Verlauf der stehenden Welle wird über eine Sonde gemessen, die in das Kundt'sche Rohr an verschiedenen Stellen eingeführt wird. Bildet man den Quotienten von Druckminima zu Druckmaxima, so kann auf den Betrag des Reflexionsfaktors geschlossen werden. Die Kundt'sche-Rohr-Methode ermöglicht es, den komplexen Reflexionsfaktor für senkrechten Schalleinfall nach Betrag und Phase zu messen. Solange die Materialproben in sich homogen und ihre Oberflächen nicht zu stark strukturiert sind, liefert dieses Verfahren gut reproduzierbare Ergebnisse. Nachteilig ist jedoch, dass aus dem entsprechenden Material immer eine kleine Probe herausgeschnitten werden muss. Da das Kundt'sche Rohr nur in jenem Frequenzbereich betrieben wird, in dem Wellenausbreitung in nur eine Raumrichtung stattfindet, muss für höhere Messfrequenzen der Rohrdurchmesser reduziert werden. Die Probe gibt in diesem Fall nur mehr einen sehr kleinen Ausschnitt des Materials wieder, was bei größeren Strukturen zu keinen repräsentativen Ergebnissen führt.

### 5.1.4.2 Das Hallraumverfahren

Hallräume kennzeichnen sich dadurch aus, dass sich in ihnen sehr schnell ein diffuses Schallfeld ausbildet, was durch nicht parallele schallharte Seitenwände und Reflektoren an der Decke erreicht wird. Bei diesem Verfahren wird die durch das Einbringen des Prüfkörpers verminderte Nachhallzeit gemessen. Mit Hilfe der Sabin'schen Formel lässt sich aus der Nachhallzeitendifferenz die äquivalente Schallabsorptionsfläche des Prüfkörpers berechnen. Mit dem Hallraumverfahren kann nur der Betrag des Reflexionsfaktors bestimmt werden, wenngleich diese Methode über alle Einfallswinkel statistisch mittelt. Mit diesem Verfahren lassen sich größere Proben als im Kundt'schen Rohr untersuchen, jedoch haben Ringversuche erhebliche Zweifel an der Genauigkeit dieser Methode ergeben.

Neben dem Hallraum und dem Kundt'schen Rohr-Verfahren gibt es weitere Messmethoden wie z.B. geführtes Wellen-Verfahren (wave-guides), Wandimpedanzmessungen mit zwei Mikrofonen, Toneburst-Verfahren mit schmalbandigen Sinusimpulsen und Messmethoden mit Diracstößen.

## 5.2 Messung des Absorptionskoeffizienten basierend auf der Einfügedämpfungsmethode

### 5.2.1 Allgemeine Grundlagen

Diese Methode beruht auf der Impulsantwortmessung von Reflexionsflächen, welche bezüglich ihrer akustischen Eigenschaften als ein lineares, zeitinvariantes System (LTI-System) angenommen werden können. Die reflektierte Welle  $p_{\text{ref}}$ , die sich aus der Reflexion einer einfallenden ebenen Welle  $p_{\text{einf}}$  an einer Reflexionsfläche ergibt, kann wie folgt angeschrieben werden.

$$p_{\text{ref}}(t) = p_{\text{einf}}(t) * r(t) \quad (5.8)$$

$r(t)$  stellt die Impulsantwort der Wand dar. Das Spektrum  $R(f)$  bildet als Übertragungsfunktion den gesuchten Verlauf des Reflexionsfaktors der Prüffläche.

$$R_{\text{ref}}(f) = R_{\text{einf}}(f) \cdot R(f) \quad (5.9)$$

Die Übertragungsfunktion  $R(f)$  ist dann eindeutig bestimmt, wenn es gelingt die Impulsantwort  $r(t)$  der Reflexionsfläche zu messen. Die Impulsantwort eines Systems wird systemtheoretisch durch die Anregung des betreffenden Systems mit einem Diracstoß

definiert. Bei der Umsetzung dieses Diracstoßes in die Praxis der Messtechnik ergeben sich einige Probleme wie endliche Impulsbreite, geringer Störabstand in Folge geringer Signalenergie und physikalische Grenzen der Impulsquelle (Lautsprecher). Um mehr Signalenergie übertragen zu können, wurden Messmethoden entwickelt, die diesen Diracimpuls im Zeit- bzw. Frequenzbereich aufspreizen. Für Impulsantwortmessungen mit elektroakustischen Quellen führt dies zu deutlich besseren Ergebnissen.

Bei den Messungen im Zuge dieser Diplomarbeit kommt die logarithmische Sinus Sweep-Methode zur Anwendung. Den am häufigsten verwendeten Methoden der Impulsantwortmessung ist ein eigenes Kapitel gewidmet (siehe Kapitel 4).

### 5.2.2 Beschreibung des Messaufbaus

Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Messung des Reflexionsfaktors bei unterschiedlichen Einfallswinkeln, unter der Verwendung der Einfügedämpfungsmethode. Um die Impulsantwort einer Materialprobe zu bestimmen, wird diese auf den Boden gelegt.

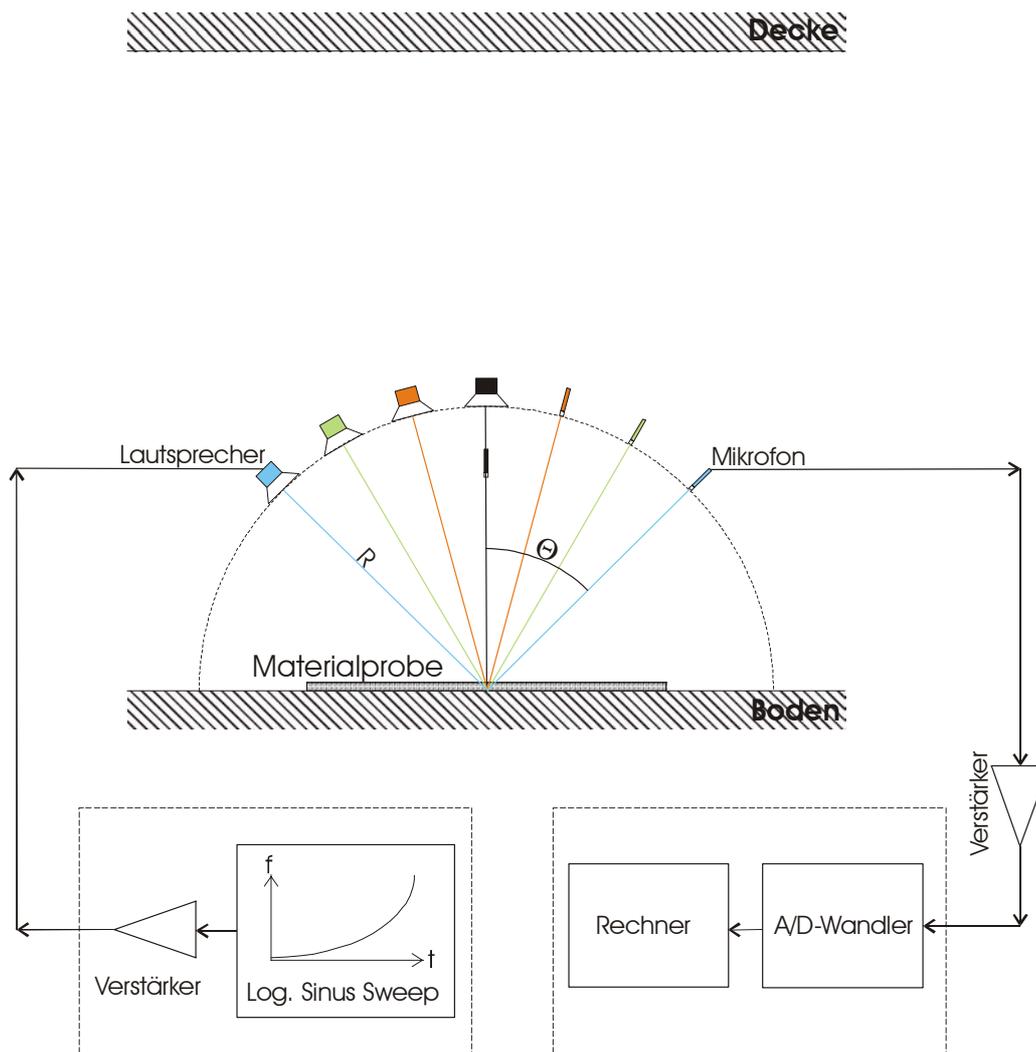


Abb. 5.5: schematische Darstellung des prinzipiellen Messaufbaus

Dieser sollte nahezu ideale schallharte Eigenschaften aufweisen. In der  $0^\circ$  Einfallswinkelanordnung befindet sich das  $\frac{1}{2}$ -Zoll-Freifeldmikrofon zwischen Lautsprecher und Boden. Bei schrägem Schalleinfall unter  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  und  $45^\circ$  befindet sich die jeweilige Lautsprecher-Mikrofon-Kombination (in Abb. 5.5 durch gleiche Farben gekennzeichnet) prinzipiell auf einem Kreisbogen mit dem Radius  $R$  über der Materialprobe. Wie groß der Radius  $R$  gewählt wird hängt von vielen Einflussgrößen ab:

- Der Abstand muss so groß sein, dass das Abstrahlverhalten des Lautsprechers, betrachtet in einem Punkt der Materialprobe, dem einer Punktschallquelle nahe kommt ( $kr \gg 1$  als Fernfeldbedingung des Kugelstrahlers).
- Je näher der Lautsprecher der Reflexionsfläche ist, desto mehr Fresnel'sche Zonen bilden sich auf ihr aus. In dieser Beziehung geht auch die Größe der Materialprobe direkt in die Abstandbestimmung ein. Da eine Abschätzung dieser Bedingungen schwierig ist, wurde eine eigene Simulation in MATLAB programmiert, die beruhend auf dem Huygen'schen Prinzip unter Verwendung des Rayleigh Integrals, die Schalldruckverteilung auf der Reflexionsfläche und den resultierenden Summenschalldruck im Mikrofonpunkt berechnet (siehe Kapitel 3).
- Als dritter Punkt geht die Geometrie des Messraumes in die Abstandbestimmung ein, da die Position des Messaufbaus im Raum so gewählt werden muss, dass störende Reflexionen von den Seitenwänden und der Decke des Raumes so spät wie möglich am Mikrofon eintreffen.
- Des weiteren fließt die Länge der Lautsprecherimpulsantwort in die Radiusberechnung ein, da sich mit zunehmendem Einfallswinkel die Laufzeitdifferenz zwischen Direktschall und Probenreflexion verringert. Dies kann zu Überlagerungen der Lautsprecherimpulsantwort mit der Probenreflexion führen. Im Zuge dieser Arbeit werden noch Methoden zur Direktschallentzerrung vorgestellt (siehe Kapitel 5.2.3). Aufgrund der Direktschallentzerrung ist es auch möglich den Abstand des Mikrofons zur Probenfläche deutlich zu reduzieren.

Aus den Ergebnissen des Simulationsprogrammes erwies es sich für sinnvoll, die an die Materialprobe angrenzende Umgebung hochabsorbierend zu gestalten, damit der Einfluss der Probenumgebung so gering wie möglich in das Messergebnis eingeht. Des weiteren wurde mit Hilfe des Simulationsprogrammes ein geeigneter geometrischer Reflexionspunkt auf der Materialprobe berechnet, sodass der Lautsprecher nicht symmetrisch in die Mitte der Reflexionsfläche strahlt. Der Abstand des Lautsprechers zum Reflexionspunkt wurde mit 150 cm und der Abstand des Mikrofons zum Reflexionspunkt

wurde mit 50 cm gewählt. Folgende Abb. 5.6 soll die Lage der absorbierenden Umgebung veranschaulichen.

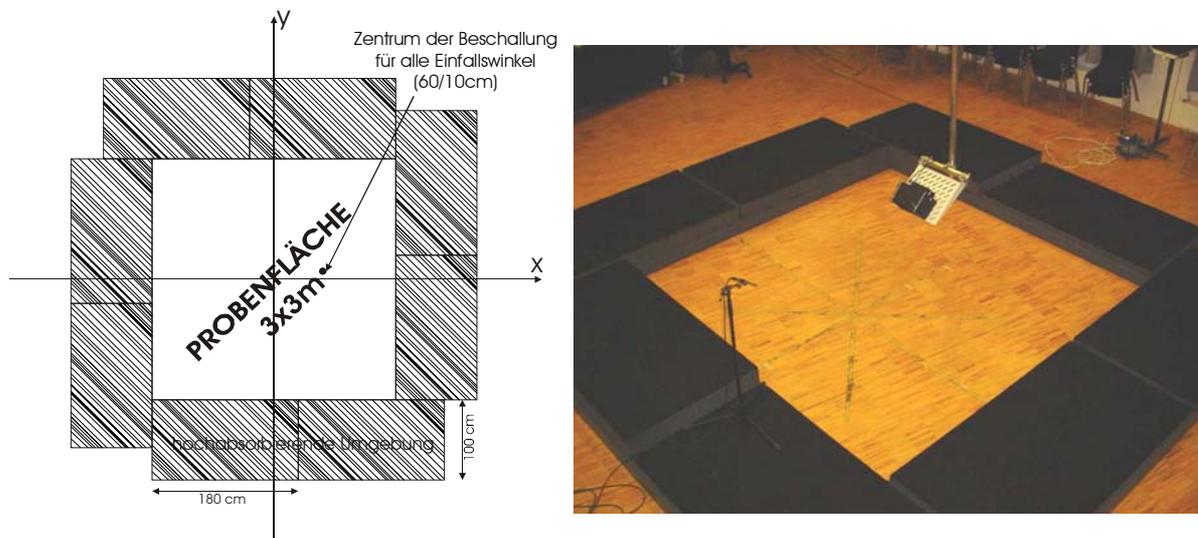


Abb. 5.6: Messaufbau mit absorbierender Umgebung

### 5.2.3 Verfahren zur Auswertung der Messung

Im Kapitel 4.5 wird beschrieben, wie man aus einem logarithmischen Sinus Sweep zu einer Impulsantwort gelangt. Nach der Durchführung dieser Berechnung lässt sich das gemessene Impulsverhalten des Systems folgendermaßen beschreiben:

$$y(t) = \underbrace{A_1 s(t) * \delta(t - \tau_1)}_{y_{\text{Dir}}(t)} + \underbrace{A_2 s(t) * r(t) * \delta(t - \tau_2)}_{y_{\text{Ref}}(t)} + \underbrace{A_3 s(t) * u(t) * \delta(t - \tau_3)}_{y_{\text{Stör}}(t)} \quad (5.10)$$

$y(t)$  ... Gesamtimpulsantwort

$s(t)$  ... Lautsprecherimpulsantwort

$A_{1,2,3}$  ... Amplitudenfaktoren

$\tau_{1,2,3}$  ... Laufzeiten der einzelnen Signalteile

$r(t)$  ... gesuchte Impulsantwort der Materialprobe

$u(t)$  ... Impulsantwort der störenden Reflexionen (Seitenwände, Decke, Lautsprecher)

Wie in Abb. 5.8 dargestellt, strahlt der Lautsprecher LS direkt ( $0^\circ$  Einfallswinkel) auf den Boden wo die Materialprobe liegt. Nach der Ausbreitungszeit  $\tau_1 \approx 3\text{ms}$  wird die Schallwelle vom Mikrofon M aufgenommen, was durch den Direktschall  $y_{\text{Dir}}$  in Gleichung (5.10) dargestellt wird. Dies entspricht der Impulsantwort des Messsystems, bestehend aus Verstärker, Lautsprecher, Mikrofon und Mikrofonverstärker. Da der Lautsprecher im Vergleich zu den anderen Komponenten den größten Einfluss verursacht, wird der Direktschall  $y_{\text{Dir}}$  auch als Lautsprecherimpulsantwort  $y_{\text{LS}}$  bezeichnet.

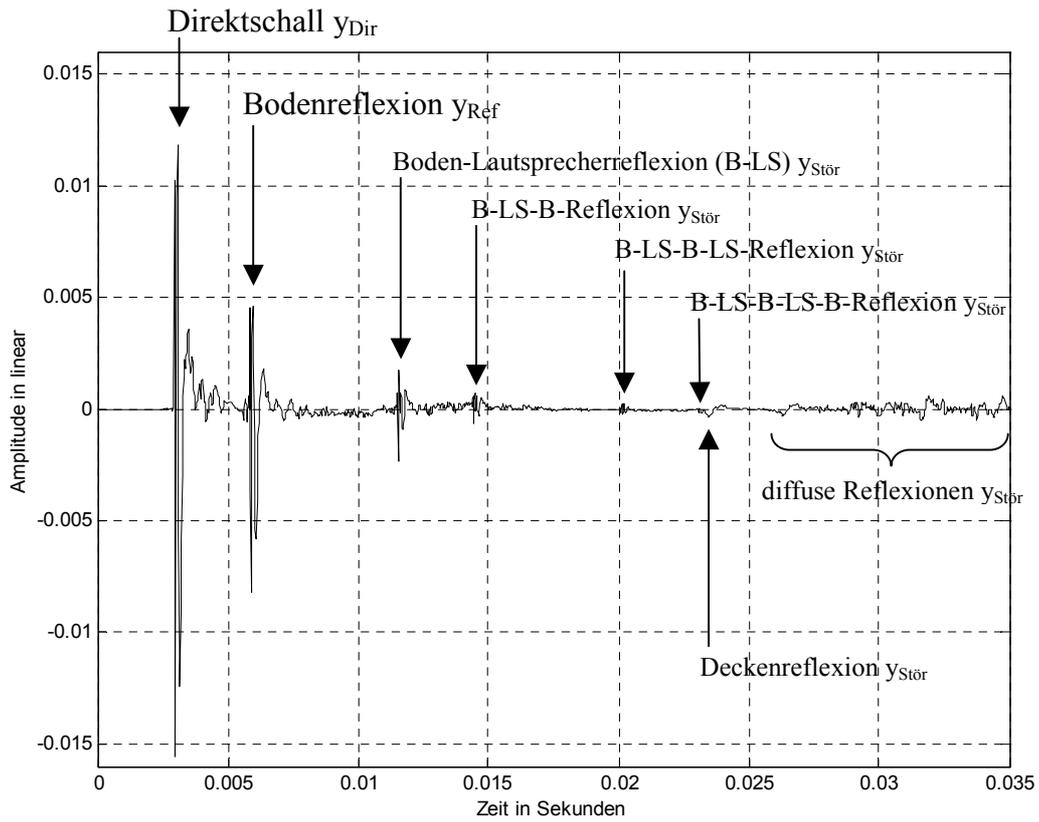


Abb. 5.7: Impulsverhalten der Messanordnung bei 0° Einfallswinkel und hartem Boden

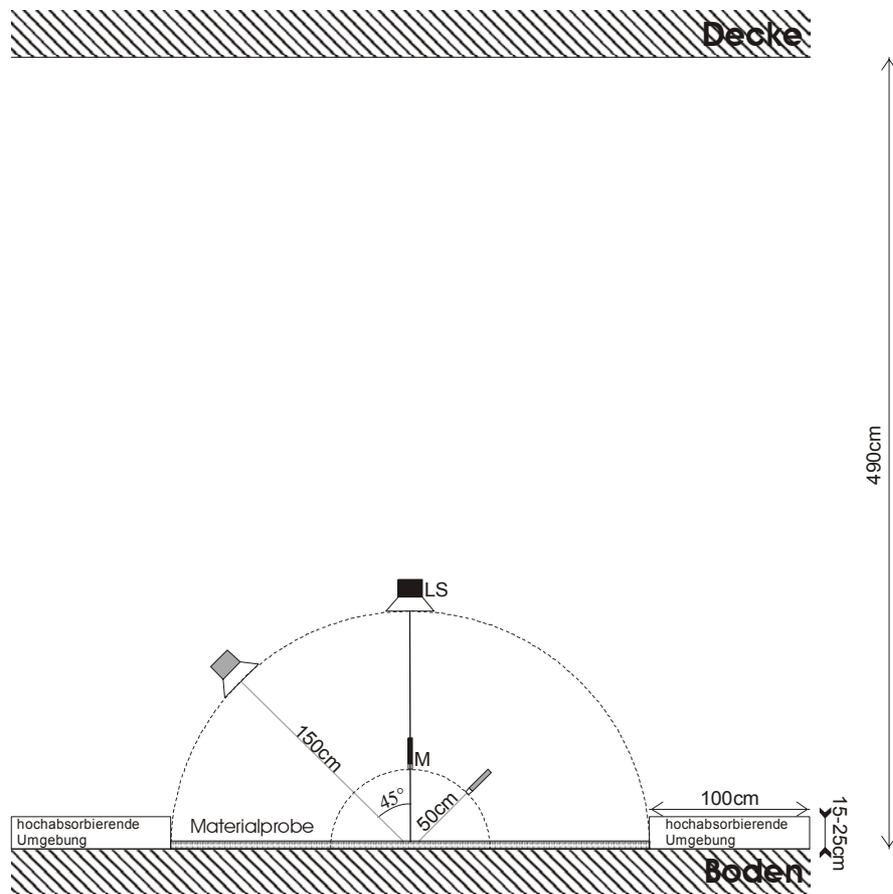


Abb. 5.8: Messanordnung und Messumgebung

Aus Abb. 5.7 ist ersichtlich, dass die nachfolgenden Reflexionen ( $y_{\text{Ref}}$  und  $y_{\text{Stör}}$ ) eine ähnliche Form wie der Direktschall besitzen, was auf den Einfluss der Lautsprecherimpulsantwort zurückzuführen ist. Die Bodenreflexion  $y_{\text{Ref}}$  wird 3 ms nach dem Direktschall vom Mikrofon aufgenommen, was bei einer Schallausbreitungsgeschwindigkeit von 340 m/s einer Wegdifferenz von 1 m entspricht. Verfolgt man die Ausbreitung der vom Boden reflektierten Schallwelle weiter, so trifft diese auf den Lautsprecher, wo sie wieder zurückreflektiert wird und 6 ms nach der Bodenreflexion als Boden-Lautsprecherreflexion  $y_{\text{Stör}}$  am Mikrofon eintrifft. In Abb. 5.7 sind noch weitere Boden-Lautsprecherreflexionswiederholungen ausgewiesen. Die Deckenreflexion  $y_{\text{Stör}}$  ist die erste Reflexion, die von den Raumbegrenzungsflächen kommt und ca. 20 ms nach dem Direktschall vom Mikrofon aufgenommen wird. Ziel ist es nun die Bodenreflexion vom Direktschall und von den störenden Reflexionen zu befreien. Überlagern sich jedoch noch nicht abgeklungene Direktschallanteile mit der Bodenreflexion, oder treten bereits erste störende Reflexionen auf wenn die Bodenreflexion noch nicht ausreichend abgeklungen ist, so kann dies zu großen Fehlern führen. Aus diesem Grund ist ein direktes Herausfenstern der Bodenreflexion nicht zielführend. Sinnvoll ist die zeitliche Länge der einzelnen Signalteile zu verkürzen, sodass keine Überlagerungen mehr auftreten. Um das zu erreichen gibt es mehrere Umsetzungsmöglichkeiten. Es folgt nun die Beschreibung der in dieser Arbeit verwendete Technik. Andere Möglichkeiten der Beseitigung von störenden Anteilen der Lautsprecherimpulsantwort in der Reflexion werden in Kapitel 5.3.2.1 und 5.3.2.2 vorgestellt.

### Lautsprecherentzerrung durch Division im Frequenzbereich:

Eine Möglichkeit diese Entzerrung durchzuführen ist das Herausfalten der Lautsprecherimpulsantwort  $s(t)$  aus der Gesamtimpulsantwort  $y(t)$ , wozu eine Lautsprecherreferenzmessung  $y_L(t)$  benötigt wird. Diese Referenzmessung sollte möglichst unter Freifeldbedingungen durchgeführt werden, sodass die Lautsprecherimpulsantwort fast vollständig abgeklungen ist, bevor die erste störende Reflexion eintrifft.

$$y_L(t) = A_1 \cdot s(t) * \delta(t - \tau_1) \quad (5.11)$$

Um feine Messanordnungsunterschiede auszugleichen erfolgt ein Verstärkungsabgleich beider Messungen mittels des Energieinhaltes des ersten reflexionsfreien Teiles des Direktschalls. Das Herausfalten der Lautsprecherimpulsantwort geschieht durch eine komplexe Division im Frequenzbereich, wozu zuerst beide Impulsantworten ( $y(t)$  und  $y_L(t)$ ) mit der Fouriertransformation in den Frequenzbereich gebracht werden.

$$Y(f) = S(f) \cdot \left[ A_1 \cdot e^{-j2\pi f \tau_1} + A_2 \cdot R(f) \cdot e^{-j2\pi f \tau_1} + A_3 \cdot U(f) \cdot e^{-j2\pi f \tau_3} \right] \quad (5.12)$$

$$Y_L(f) = A'_1 \cdot S(f) \cdot e^{-j2\pi f \tau'_1} \quad (5.13)$$

$$\frac{Y(f)}{Y_L(f)} = \frac{A_1}{A'_1} \cdot e^{-j2\pi f (\tau_1 - \tau'_1)} + \frac{A_2}{A'_1} \cdot R(f) \cdot e^{-j2\pi f (\tau_2 - \tau'_1)} + \frac{A_3}{A'_1} \cdot U(f) \cdot e^{-j2\pi f (\tau_3 - \tau'_1)} \quad (5.14)$$

Nach der komplexen Division erfolgt eine Rücktransformation des Ergebnisses in den Zeitbereich [Wilms, 1991].

$$\bar{y}(t) = \frac{A_1}{A'_1} \cdot \delta(t - \tau_1 + \tau'_1) + \underbrace{\frac{A_2}{A'_1} \cdot r(t) * \delta(t - \tau_2 + \tau'_1)}_{\bar{y}_{\text{Ref}}(t)} + \frac{A_3}{A'_1} \cdot u(t) * \delta(t - \tau_3 + \tau'_1) \quad (5.15)$$

### Lautsprecherentzerrung durch Subtraktion im Zeitbereich:

Eine zweite Möglichkeit der Entzerrung besteht durch Subtraktion der Impulsantwort der Lautsprecherreferenzmessung  $y_L(t)$  von der Gesamtimpulsantwort  $y(t)$  im Zeitbereich. Zuvor ist ebenfalls der oben beschriebene Verstärkungsabgleich durchzuführen [Mommertz, 1995].

$$\bar{\bar{y}}(t) = y(t) - y_L(t) = s(t) \cdot [A_1 * \delta(t - \tau_1) - A'_1 * \delta(t - \tau'_1)] + \underbrace{A_2 \cdot s(t) * r(t) * \delta(t - \tau_2)}_{\bar{\bar{y}}_{\text{Ref}}(t)} + A_3 \cdot s(t) * u(t) * \delta(t - \tau_3) \quad (5.16)$$

### Gegenüberstellung

Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden Entzerrungsmethoden besteht darin, dass bei der Division im Frequenzbereich sämtliche Lautsprecherimpulsantwortteile  $s(t)$  aus allen Reflexionen beseitigt werden, d.h. dass die Bodenreflexion nur mehr das Übertragungsverhalten der Materialprobe  $r(t)$  enthält. Im Unterschied dazu werden bei der Subtraktion im Zeitbereich lediglich die Ausschwinger des Direktschalls aus den nachfolgenden Reflexionen herausgerechnet. Die eigentliche Lautsprecherimpulsantwort  $s(t)$  ist nach wie vor der Impulsantwort der Materialprobe  $r(t)$  überlagert. Aus diesem Grund ist diese Variante für die Berechnung des Reflexionsfaktors nach der „in-situ“-Methode nicht geeignet. Für die Einfügedämpfungsmethode stellt die der Impulsantwort der Materialprobe  $r(t)$  überlagerte Lautsprecherimpulsantwort  $s(t)$  kein Problem dar, da sich der Reflexionsfaktor aus dem Verhältnis der Bodenreflexion mit und ohne Materialprobe berechnet und sich dabei die Lautsprecherimpulsantwort  $s(t)$  herausrechnet (mathematische Erklärung folgt später). In den nachstehenden Abb. 5.9 und Abb. 5.10 sind einige Entzerrungsergebnisse dieser beiden Methoden dargestellt. Das Entzerrungsergebnis für den bisher behandelten Messaufbau ist in Abb. 5.9 ausgewiesen. Dabei wurde ein Zweiweglautsprecher mit Bassreflexsystem verwendet wobei die Zeitdifferenz zwischen Direktschall und Bodenreflexion ca. 6 ms beträgt. Unter Verwendung eines anderen Lautsprechers (Einweglautsprecher ohne Bassreflexsystem) können auch noch bei

Zeitdifferenzen von 0,6 ms ( $\equiv$  20 cm Wegdifferenz) mit beiden Entzerrungsvarianten sehr gute Ergebnisse erzielt werden (siehe Abb. 5.10).

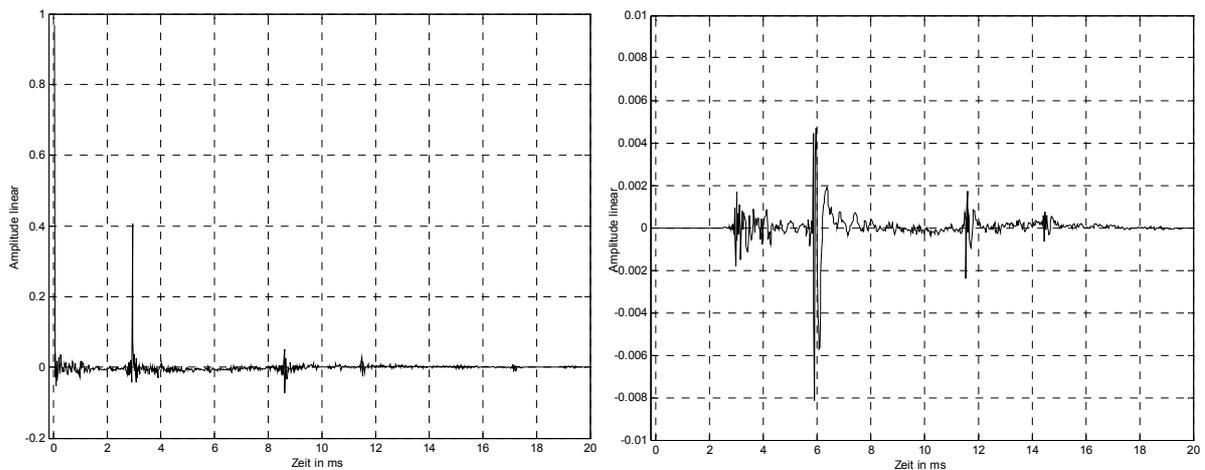


Abb. 5.9: Lautsprechertyp: Yamaha MSP 5  
links: Entzerrungsergebnis der Division im Frequenzbereich  
rechts: Entzerrungsergebnis der Subtraktion im Zeitbereich

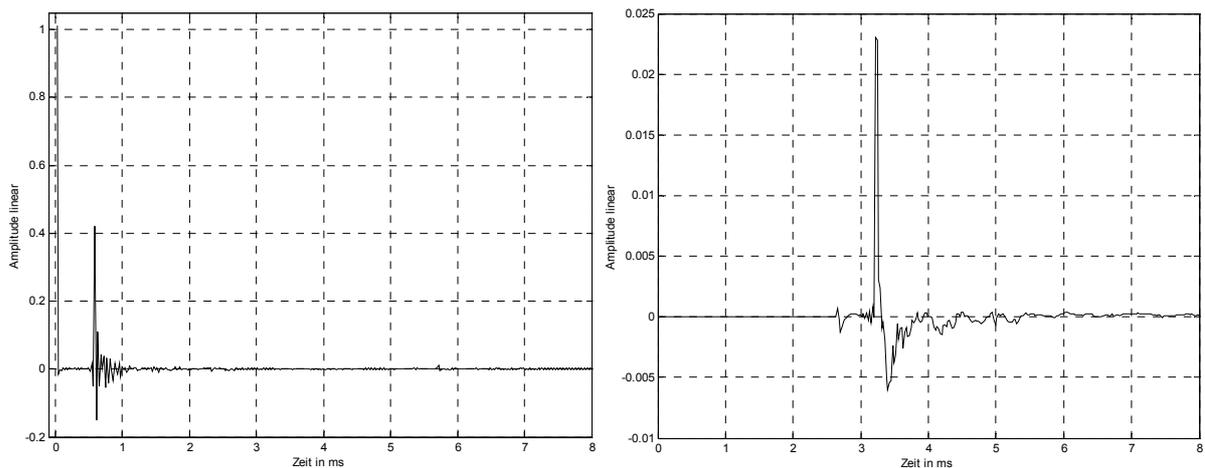


Abb. 5.10: Entzerrungsbeispiel für einen anderen Messaufbau mit 20 cm Wegdifferenz zwischen Direktschall und Bodenreflexion mit „Tropfenlautsprecher“  
links: Entzerrungsergebnis der Division im Frequenzbereich  
rechts: Entzerrungsergebnis der Subtraktion im Zeitbereich

Wie schon aus den Gleichungen (5.15) und (5.16) zu erkennen war, ist auch in der Abb. 5.9 ersichtlich, dass das Entzerrungsergebnis der Division im Frequenzbereich nach wie vor die drei Anteile Direktschall  $y_{Dir}$ , reflektierter Schall  $y_{Ref}$  und Störschall  $y_{Stör}$  enthält. Das Entzerrungsergebnis der Subtraktion im Zeitbereich zeigt, dass der Direktschallanteil bereits verschwunden ist. Nun wird unabhängig von der Entzerrungsmethode jener Teil herausgeschnitten (Fensterung und Verschiebung), der die Bodenreflexion  $y_{Ref}$  und die störenden Lautsprecherreflexionen  $y_{Stör}$  enthält. Das Ende des Fensters bildet die erste störende Reflexion, die von einer Raumbegrenzungsfläche kommt, in diesem Fall ist es die

Deckenreflexion (17 ms nach der Bodenreflexion). Dieses 17 ms lange Zeitfenster bedeutet eine Frequenzauflösung von ca. 59 Hz. Dieser von  $\bar{y}(t)$  bzw.  $\bar{\bar{y}}(t)$  herausgeschnittene Teil wird in weiterer Folge mit  $y_{\text{Ref+Stör}}(t)$  bezeichnet. Wie schon eingangs erwähnt wurde, müssen die der ausschwingenden Bodenreflexion überlagerten störenden Lautsprecherreflexionen beseitigt werden, da sie sonst einen großen Fehler im berechneten Reflexionsfaktor verursachen. Am Lautsprecher werden nur jene Frequenzen reflektiert, deren Wellenlängen kleiner als die kleinste Lautsprechergehäuseabmessung sind. Diese beträgt bei dem im Versuch verwendeten Lautsprecher 17 cm und das entspricht einer Frequenz von 2000 Hz. Da dieses Reflexionskriterium nicht als harte Grenze zu verstehen ist, sondern einen Übergangsbereich darstellt, wird mit Hilfe des Morlet-Scalogramms (Darstellung der Frequenz in Abhängigkeit von der Zeit – siehe Abb. 5.11) die tatsächliche Frequenz festgestellt ab der eine Reflexion am Lautsprechergehäuse auftritt.

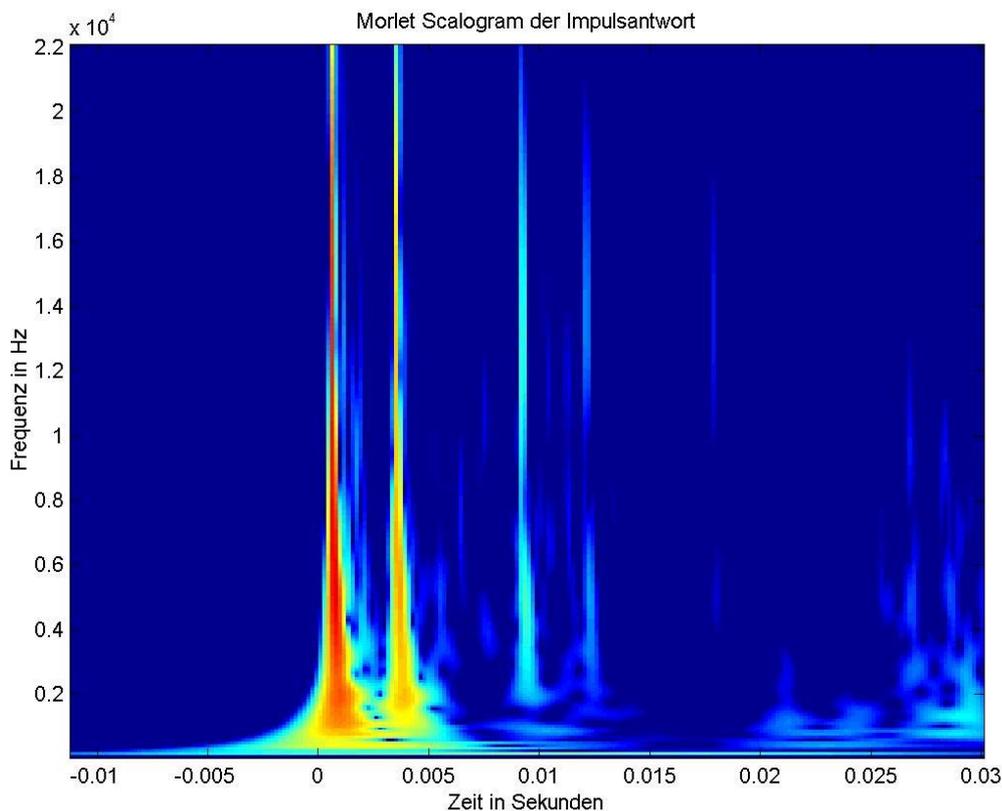


Abb. 5.11: Morlet Scalogramm der Impulsantwort

Daraus ergibt sich, dass diese störenden Reflexionen mit einem doppelten IIR Bessel-Tiefpassfilter 3. Ordnung mit 1000 Hz Grenzfrequenz weggefiltert werden können. Bedingung dafür ist jedoch, dass die Frequenzanteile der Bodenreflexion  $y_{\text{ref}}$ , die über 1000 Hz liegen, zum Zeitpunkt der ersten störenden Lautsprecherreflexion hinreichend abgeklungen sind. Bei der  $0^\circ$  Einfallswinkelanordnung beträgt der zeitliche Abstand

zwischen  $y_{\text{Ref}}$  und der ersten  $y_{\text{Stör}}$  ca. 6 ms, was für das Abklingen der Frequenzen über 1000 Hz ausreichend ist. Nun kann  $y_{\text{Ref+Stör}}(t)$  tiefpassgefiltert werden und anschließend mit dem ungefilterten  $y_{\text{Ref+Stör}}(t)$  derart überblendet (Crossfade) werden, dass das daraus resultierende Signal die ungefilterte Bodenreflexion und anschließend die tiefpassgefilterten Störungen, die jetzt nur mehr die tieffrequenteren Ausschwinger der Bodenreflexion enthalten, darstellt (siehe Abb. 5.12). Dieses Ergebnis stellt die von Störungen befreite Impulsantwort der Bodenreflexion dar und ist in Gleichung (5.15) und (5.16) mit  $\bar{y}_{\text{Ref}}(t)$  bzw.  $\bar{\bar{y}}_{\text{Ref}}(t)$  bezeichnet.

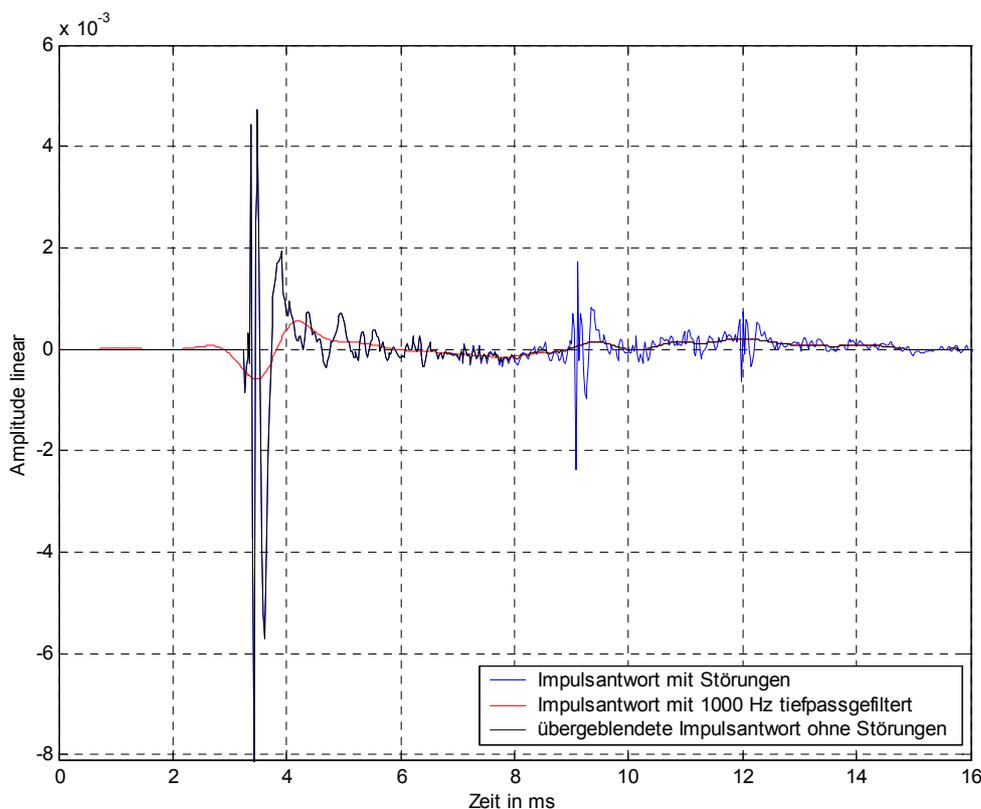


Abb. 5.12: Beseitigung der störenden Lautsprecherreflexionen durch Überblendung (Crossfade) mit tiefpassgefilterter Impulsantwort

Die Ausgabe des Absorptionskoeffizienten soll im Terzbandabstand erfolgen. Hierzu wurde eine Terzbandfilterbank von 83 bis 16.000 Hz mit variabler Ordnungszahl erstellt. Die Impulsantwort der Bodenreflexion wird somit in 16 Frequenzbänder aufgeteilt. Bei der „in-situ“-Methode müssen die Amplitudenfaktoren  $A_1$  und  $A'_1$  des terzband-gesfilterten  $\bar{y}_{\text{Ref}}(t)$  gemäß dem Pegelabfall einer Punktschallquelle ermittelt werden. Anschließend berechnet sich aus dem Betrag von  $R(f)$  der Absorptionsgrad als Funktion der Frequenz zu

$$\alpha(f) = 1 - |R(f)|^2. \quad (5.17)$$

Anders jedoch bei der Einfügedämpfungsmethode, wo sich der Reflexionsfaktor aus dem Verhältnis der Bodenreflexion mit und ohne Materialprobe berechnet. Ausgehend von der Gleichung (5.16) soll mit der folgenden Formelableitung gezeigt werden, dass sich auch nach der Entzerrung mittels Subtraktion im Zeitbereich die Lautsprecherimpulsantwort  $s(t)$  bei der Einfügedämpfungsmethode herausrechnet. Nach der Beseitigung der störenden Lautsprecherreflexionen ergibt sich folgender Zusammenhang.

$$\bar{\bar{y}}(t) = A_2 \cdot \underbrace{s(t) * r(t)}_{\bar{\bar{y}}_{\text{Ref}}(t)} * \delta(t - \tau_2)$$

$$\bar{\bar{Y}}_{\text{Boden}}(f) = A_2 \cdot S(f) \cdot R_{\text{Boden}}(f) \cdot e^{-j2\pi f \tau_2}$$

$$\bar{\bar{Y}}_{\text{Probe}}(f) = A'_2 \cdot S(f) \cdot R_{\text{Probe}}(f) \cdot e^{-j2\pi f \tau'_2}$$

Da die Größen  $\bar{\bar{Y}}_{\text{Boden}}(f)$  und  $\bar{\bar{Y}}_{\text{Probe}}(f)$  aus zwei verschiedenen Messungen gewonnen werden, ergeben sich naturgemäß nicht die selben Amplitudenfaktoren und Laufzeiten, was durch den Strich (') gekennzeichnet wird. Mit Hilfe des jeweils durchgeführten Verstärkungsabgleichs mit der Lautsprecherreferenzmessung am Anfang, können auch die Messungen mit und ohne Materialprobe gegeneinander abgeglichen werden. Nach diesem Verstärkungsabgleich kann der Absorptionskoeffizient nach der Einfügedämpfungsmethode wie folgt angeschrieben werden [Kimura, 2001], [Kimura, 2002].

$$\alpha(f) = 1 - \frac{|R_{\text{Probe}}(f)|^2}{|R_{\text{Boden}}(f)|^2} \quad (5.18)$$

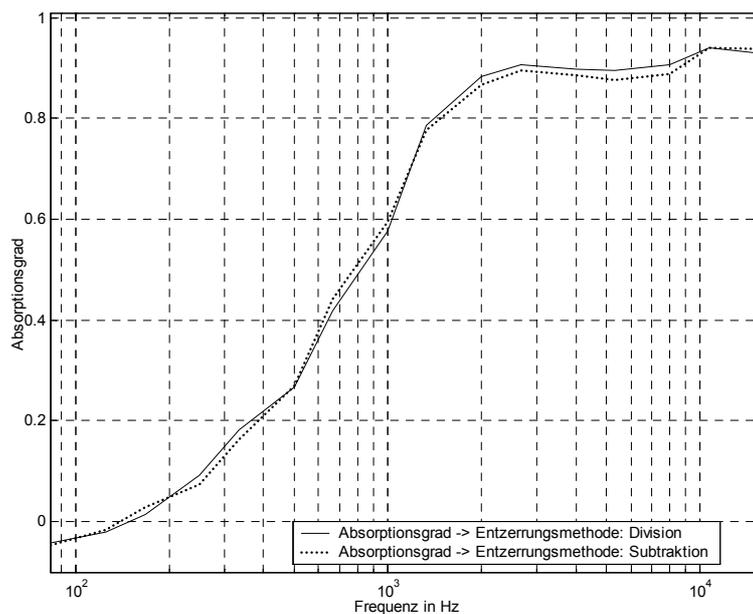


Abb. 5.13: Absorptionsgrad für 2 cm dicken Schaumstoff – Vergleich der Entzerrungsmethoden

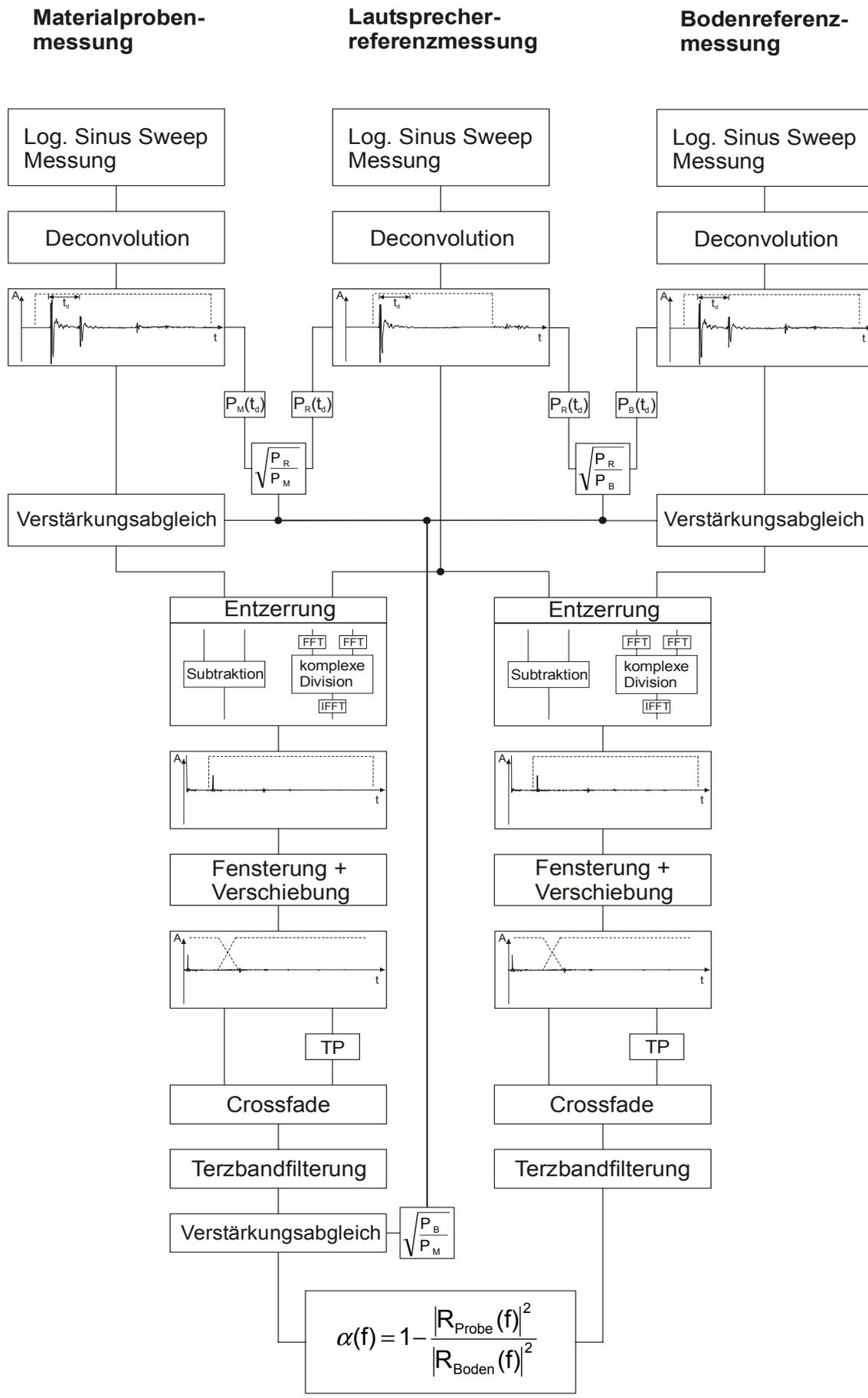


Abb. 5.14: Überblick über den Auswerteablauf

In Abb. 5.13 wird der berechnete Absorptionskoeffizient von 2 cm dicken Schaumstoff ausgewiesen, wobei ein Vergleich der beiden Entzerrungsmethoden (Division im Frequenzbereich und Subtraktion im Zeitbereich) stattfindet. Eine genaue Diskussion der Berechnungsergebnisse erfolgt im Kapitel 5 dieser Arbeit. Abb. 5.14 bietet einen Gesamtüberblick über den gesamten Berechnungsalgorithmus.

### 5.2.3.1 Cepstralanalyse

Mit dem komplexen Cepstrum sollen die der Lautsprecherimpulsantwort  $l(n)$  überlagerten Raumreflexionen  $r(n)$  ausgeblendet werden ohne die tieffrequent ausschwingenden Anteile von  $l(n)$  zu beeinflussen. Die nach der Messung erhaltene gesamte Impulsantwort  $h_R(n)$  des Lautsprecher-Raum-Mikrofon Systems setzt sich wie folgt zusammen:

$$h_R(n) = l(n) \otimes r(n) \otimes m(n) \quad (5.19)$$

Der Teil der Lautsprecher-Mikrofon (LM) Impulsantwort muss aus  $h_R(n)$  extrahiert werden. Unter Verwendung des komplexen Cepstrums kann die Faltung vom LM-System mit  $r(n)$  folgendermaßen rückgängig gemacht werden:

Das komplexe Cepstrum einer Folge  $h_R(n)$  ist definiert als die inverse z-Transformierte des komplexen Logarithmus von der z-Transformierten der Folge.

$$h_R(n) \xrightarrow{z} H_R(z) \xrightarrow{\log} \log[H_R(z)] \xrightarrow{z^{-1}} \hat{h}_R(n) \quad (5.20)$$

Die Terme der einzelnen Zwischenschritte berechnen sich zu

$$H_R(z) = L(z) \cdot R(z) \cdot M(z), \quad (5.21)$$

$$\hat{H}_R(z) = \log[L(z) \cdot R(z) \cdot M(z)] = \hat{L}(z) + \hat{R}(z) + \hat{M}(z), \quad (5.22)$$

$$\hat{h}_R(n) = \hat{l}(n) + \hat{r}(n) + \hat{m}(n). \quad (5.23)$$

Die Bildung des Logarithmus von  $H_R(z)$  führt die multiplikative Verknüpfung von  $L(z)$ ,  $R(z)$  und  $M(z)$  in eine additive Verknüpfung über. Das komplexe Cepstrum  $\hat{h}_R(n)$  wird also durch die Summe der komplexen Cepstra  $\hat{l}(n)$ ,  $\hat{r}(n)$  und  $\hat{m}(n)$  gebildet.

Für die Beseitigung der Raumreflexionen aus der LM-Impulsantwort, können folgende Eigenschaften des komplexen Cepstrums ausgenutzt werden:

- Besitzen  $L(z)$  und  $M(z)$  einen genügend flachen Frequenzgang, so konzentrieren sie sich in der cepstralen Domäne  $\hat{l}(n)$  und  $\hat{m}(n)$  nahe bei  $n = 0$ .
- Ist  $r(n)$  minimalphasig und besitzt die Form

$$r(n) = \delta(n - n_0) + \sum_{i=1}^{\infty} r_i(n - n_i), \quad (5.24)$$

so gilt, dass

$$\begin{aligned} \hat{r}(n) &= 0, & n < n_1 - n_0 \\ \hat{r}(n) &\neq 0, & n \geq n_1 - n_0 \end{aligned} \quad (5.25)$$

wenn  $n_1$  den Zeitpunkt der ersten eintreffenden Raumreflexion darstellt. In der nachstehenden Abb. 5.15 ist das komplexe Cepstrum  $\hat{h}_R(n)$  ausgewiesen, in dem die Decken- und Bodenreflexion deutlich zu erkennen sind.

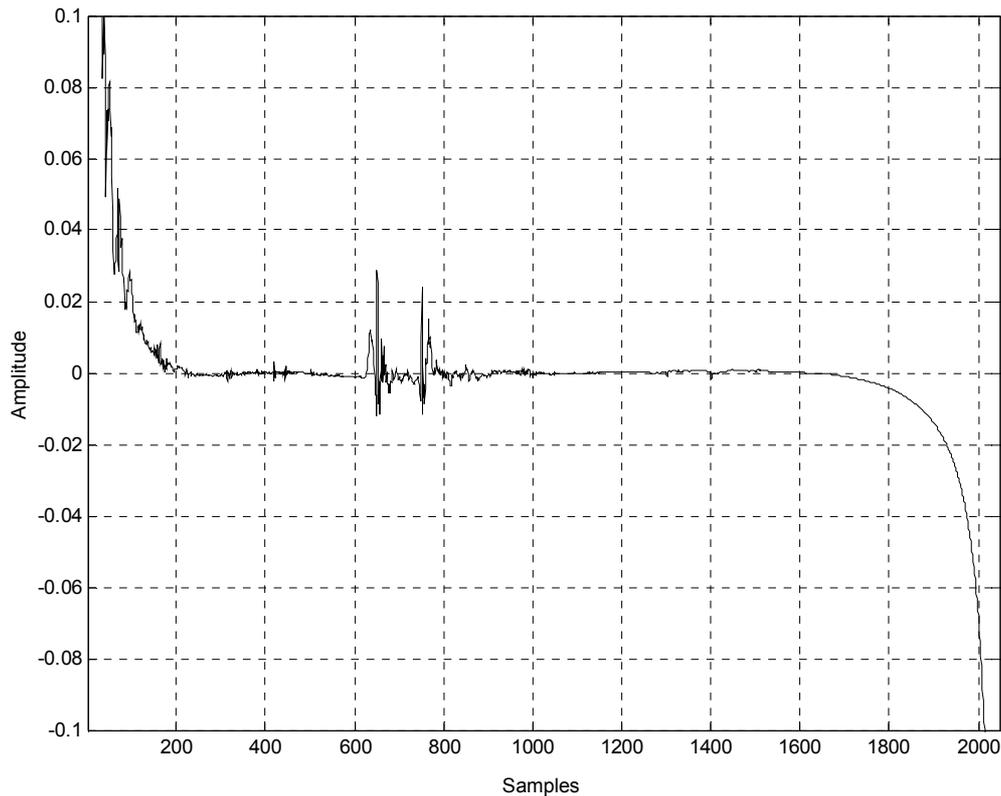


Abb. 5.15: komplexes Cepstrum von  $h_R(n)$

Durch eine einfache Fensterung des komplexen Cepstrums an der Stelle der Raumreflexionen können diese aus dem LM-System beseitigt werden.

$$\hat{h}(n) = \hat{l}(n) + \hat{m}(n) \approx \hat{h}_R(n) \cdot w(n) \quad (5.26)$$

Die Rücktransformation in den ursprünglichen Zeitbereich beginnt mit der z-Transformation von  $\hat{h}(n)$ . Die inverse z-Transformation der Exponentialfunktion von  $\hat{H}(z)$  liefert dann die Impulsantwort  $h(n)$  des LM-Systems.

$$\hat{h}(n) \xrightarrow{z} \hat{H}(z) \xrightarrow{\exp} \exp[\hat{H}(z)] \xrightarrow{z^{-1}} h(n) \quad (5.27)$$

In der folgenden Abb. 5.16 sind das Originalsignal  $h_R(n)$  und die aus der Cepstralanalyse gewonnene Impulsantwort  $h(n)$  dargestellt. Die Fensterung im cepstralen Zeitbereich hat eine Tiefpassfilterung von  $\hat{H}(z) = \hat{L}(z) + \hat{M}(z) = \log[H(z)]$  mit  $W(z)$  zur Folge [Salamouris, 1992], [Niedrist, 1993].

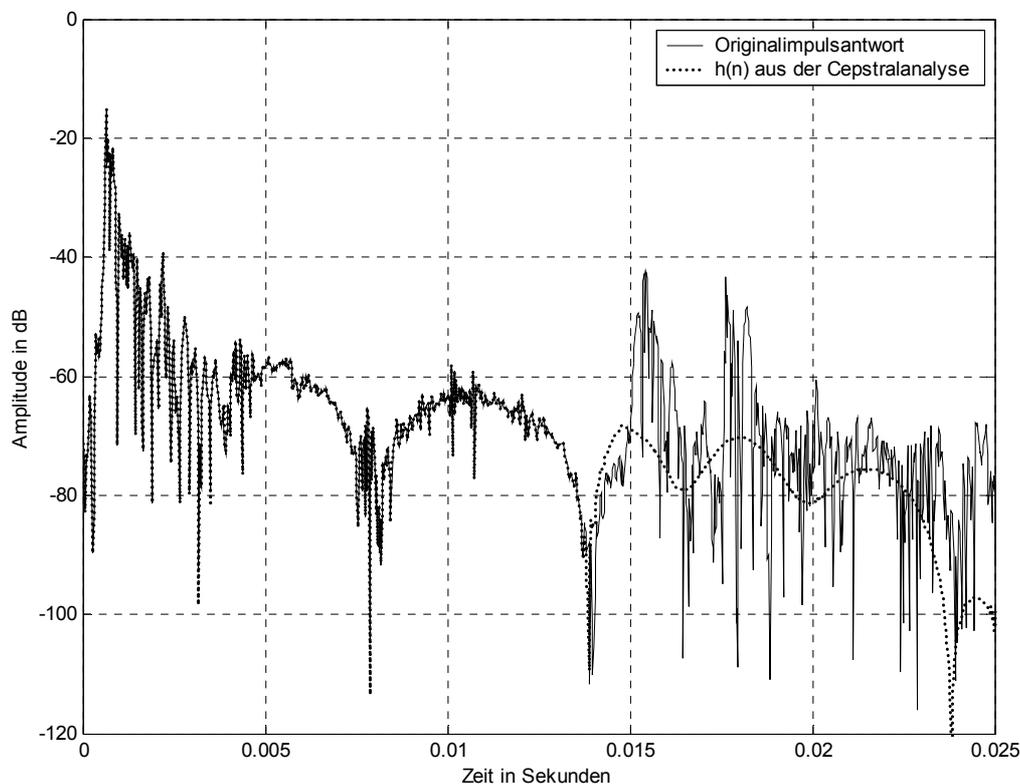


Abb. 5.16: Originalsignal  $h_R(n)$  und  $h(n)$  nach der Fensterung im Cepstralbereich

### 5.2.3.2 Pol-Nullstellen Modellierung der Lautsprecherimpulsantwort

Ziel ist es, die der Bodenreflexion überlagerten tieffrequenten ausschwingenden Anteile des Direktschalls zu bestimmen und dann zu beseitigen. Existiert keine reflexionsfreie Lautsprecherimpulsantwortmessung  $h(n)$ , so gibt es die Möglichkeit mit der in diesem Kapitel behandelten Methode die Pol- und Nullstellen des Lautsprecher-Mikrofon (LM) Systems mathematisch zu schätzen. Das LM-System lässt sich durch folgende Übertragungsfunktion  $H(z)$  darstellen.

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{\sum_{k=0}^M b_k z^{-k}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} \quad (5.28)$$

$H(z)$  bezeichnet die  $z$ -transformierte von  $h(n)$ , wobei sowohl  $B(z)$  als auch  $A(z)$  Polynomfunktionen von  $z^{-1}$  sind. Die  $N$  Koeffizienten  $a_k$  und  $M$  Koeffizienten  $b_k$  beschreiben die Pol- bzw. Nullstellen von  $H(z)$ . Diese sollen aus der reflexionsbehafteten gesamten Impulsantwort  $h_R(n)$  rekonstruiert werden, was die Beseitigung der Raumreflexionen erfordert.

Unterzieht man  $H(z)$  einer inversen Fouriertransformation und führt anschließend eine Faltung durch, so erhält man die rekursive Differenzgleichung, die  $h(n)$  als Terme der Koeffizienten  $a_k$  und  $b_k$  beschreibt.

$$h(n) = \sum_{k=1}^N a_k h(n-k) + \sum_{k=0}^M b_k \delta(n-k) \quad (5.29)$$

Der erste Term auf der rechten Seite in Gleichung (5.29) stellt den Einfluss der Pole dar, die den Resonanzen des LM-Systems entsprechen. Die Reflexionen im Lautsprechergehäuse werden durch den zweiten Term dargestellt, der die Nullstellen von  $H(z)$  beinhaltet. Mit zunehmender Zeit ( $n > M$ ) verschwindet der Beitrag der  $M$  Nullstellen zur Impulsantwort  $h(n)$ , und die verbleibenden abklingenden Resonanzen beschreiben nun das LM-System. Die ersten Raumreflexionen treffen wesentlich später ein als die Reflexionen im Lautsprechergehäuse, wodurch sich nur die Resonanzfrequenzen mit den Raumreflexionen überlagern. Diese gehen als Störungen  $s(n)$  additiv in die gesamte Impulsantwort  $h_R(n)$  ein,

$$h_R(n) = h(n) + s(n) \quad (5.30)$$

wobei  $s(n) \equiv 0$  für  $n < n_1$ , wenn  $n_1$  der Zeitpunkt des Eintreffens der ersten Raumreflexion ist. Ziel ist es nun, die Resonanzen für  $n > n_1$  ausfindig zu machen, die mit den Störungen  $s(n)$  überlagert sind.

### Bestimmen der Pole von $H(z)$ :

Für die Annahme dass  $n > M$  ist, lässt sich die Gleichung (5.29) als ein Block von  $L$  linearen Gleichungen in Matrixform aufstellen.

$$\begin{bmatrix} h(n) & h(n-1) & \cdots & h(n-N+1) \\ h(n+1) & h(n) & \cdots & h(n-N+2) \\ h(n+2) & h(n+1) & \cdots & h(n-N+3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(n+L-1) & h(n+L-2) & \cdots & h(n+L-N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(n+1) \\ h(n+2) \\ h(n+3) \\ \vdots \\ h(n+L) \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

bzw.

$$\mathbf{H} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{h}$$

Das Signal  $h(n)$  besteht für  $n > M$  ausschließlich aus abklingenden Exponentialfunktionen. Mit Hilfe der Eigenschaft der linearen Prädiktion ist es möglich, die Impulsantwort  $h(n)$  zu jedem Zeitpunkt ( $n > M$ ) aus den  $N$  vergangenen Werten unter Einbezug der Koeffizienten  $a_k$  zu bestimmen. Da im Allgemeinen die Anzahl der zur Verfügung stehenden Samples bei weitem die Anzahl der Resonanzen  $N$  übersteigt, ist die Gleichung (5.31) ein überbestimmtes Gleichungssystem.

Besitzt die Impulsantwort auch Raumreflexionen, so wird das unbekannte Signal  $h(n)$  zu  $h_R(n)$ .

$$\mathbf{H}_R \cdot \mathbf{a} = \mathbf{h}_R = \mathbf{h} + \mathbf{s} \quad (5.32)$$

Auf Grund des Vektors der Reflexionen  $\mathbf{s}$  verliert  $h_R(n)$  die Eigenschaft der linearen Prädiktion. Folglich kann die Gleichung (5.32) im überbestimmten Fall nicht eindeutig gelöst werden, was zu einer Näherungslösung führt. Je nach Wahl der Anzahl der Gleichungen ( $L$ ) gibt es verschiedene Lösungsmöglichkeiten.

- 1.) Wird  $L = N$  gewählt, dann ist  $\mathbf{H}_R$  eine quadratische Matrix und es existiert eine exakte und eindeutige Lösung der Gleichung (5.32) in der Form  $\mathbf{a} = \mathbf{H}_R^{-1} \cdot \mathbf{h}_R$ . Auf Grund der Reflexionen  $\mathbf{s}$  weichen jedoch die berechneten Koeffizienten  $\mathbf{a}$  stark von den wahren Werten ab.
- 2.) Ein etwas besseres Ergebnis erzielt man, wenn  $L \gg N$  angenommen wird. Dieses überbestimmte System wird nach der Idee des minimalen mittleren quadratischen Fehlers gelöst. Auch wenn die Wahl auf jene Koeffizienten  $\mathbf{a}$  fällt, bei denen der Fehlerbetrag  $\|\mathbf{d}\| = \|\mathbf{H}_R \cdot \mathbf{a} - \mathbf{h}_R\|$  minimal ist, wird das Ergebnis dennoch durch die Reflexionen  $\mathbf{s}$  beeinflusst und daher vom wahren Wert abweichen.

Die Bestimmung der Anzahl der Resonanzen  $N$  ist kritisch, da zu wenig berücksichtigte Resonanzen eine schlechte Schätzung für  $\mathbf{a}$  liefern, während zu hohe Ordnungen zusätzliche Pole erzeugen, die im ursprünglichen Signal nicht enthalten sind. Ein anderer Ansatz ist die sukzessive Erhöhung der Ordnung der Resonanzen bis ein plötzlicher Sprung des berechneten Fehlerbetrages  $\|\mathbf{d}\|$  auftritt. Da jedoch für zunehmende  $N$  auch der Fehlerbetrag kontinuierlich sinkt, ist eine sprunghafte Änderung bei der wahren Ordnungszahl nur schwer auszumachen.

- 3.) Die Hauptkomponentenmethode basiert auf der Eigenwertanalyse und liefert auch bei vorhandenen Reflexionen gute Ergebnisse. Dieses Analyseverfahren gliedert sich in mehrere Schritte:

- a.)  $N$  wird groß im Vergleich zur Anzahl der zu erwarteten Resonanzen ( $N_0$ ) gewählt.
- b.) Gemäß der Eigenschaften der linearen Prädiktion, kann jede zusätzliche Spalte der Matrix  $\mathbf{H}$  als Linearkombination der  $N_0$  vorangegangenen Spalten unter der Verwendung der Elemente  $\mathbf{a}$  als Koeffizienten bestimmt werden. Die Matrix  $\mathbf{R}_R = \mathbf{H}_R^T \cdot \mathbf{H}_R$  besitzt Eigenwerte  $\lambda_i$ , die alle von Null verschieden sind. Davon sind  $N_0$  Eigenwerte, die zu den Resonanzen gehören, stark ausgebildet und  $N - N_0$  kleinere Eigenwerte stellen die Reflexionen dar. Durch das Ausfindigmachen des plötzlichen Sprunges der Eigenwerte kann  $N_0$  bestimmt werden.
- c.) Die Matrix  $\tilde{\mathbf{R}}_R$  beinhaltet die gesamte Information der idealen Impulsantwort  $h(n)$  (Hauptkomponenten). Da die Eigenwerte  $\lambda_i$  für  $i > N_0$  und ihre zugehörigen Eigenvektoren  $\mathbf{e}_i$  von den Reflexionen stammen und sehr klein sind, gilt folgende Näherung:

$$\tilde{\mathbf{R}}_R = \sum_{i=1}^{N_0} \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \approx \mathbf{R}_R = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \quad (5.33)$$

- d.) Die Koeffizienten  $\mathbf{a}$  können nun wie folgt berechnet werden:

$$\mathbf{a} = \tilde{\mathbf{R}}_R^{-1} \mathbf{r}_R = \left[ \left( \tilde{\mathbf{R}}_R^T \tilde{\mathbf{R}}_R \right)^{-1} \tilde{\mathbf{R}}_R^T \right] \mathbf{r}_R = \left[ \sum_{i=1}^{N_0} \frac{1}{\lambda_i} \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^T \right] \mathbf{r}_R \quad (5.34)$$

Aus dem Vektor  $\mathbf{a}$  ergibt sich nach Gleichung (5.28) das Polynom  $A(z)$ , das  $N$  Nullstellen besitzt, wovon  $N_0$  die Pole von  $H(z)$  beschreiben. Die  $N - N_0$  fremden Nullstellen von  $A(z)$  verteilen sich annähernd gleichmäßig auf einem Kreis innerhalb des Einheitskreises in der  $z$ -Ebene. Die auszuwählenden Nullstellen von  $A(z)$ , die die maßgeblichen Resonanzen von  $h(n)$  beschreiben, befinden sich in der Nähe des Einheitskreises.

- e.) Nachdem nun die Pole des LM-Systems gefunden wurden, können die wahren Koeffizienten  $\tilde{a}_k$  des Polynoms  $\tilde{A}(z)$  bestimmt werden.

### Rekonstruktion von $h(n)$

Mit den erhaltenen Resonanzen des LM-Systems kann nun die Impulsantwort  $h(n)$  rekonstruiert werden. Durch das Zusammenführen der Gleichungen (5.28) und (5.30) ergibt sich die  $z$ -Transformierte von  $h_R(n)$ .

$$H_R(z) = H(z) + S(z) = \frac{B(z)}{A(z)} + S(z) \quad (5.35)$$

Die Rekonstruktion von  $h(n)$  erfolgt durch eine Filterung von  $H_R(z)$  mit  $\tilde{A}(z)$ , wodurch man den Zähler von  $H(z)$  und den Beitrag der Raumreflexionen  $S(z)$  erhält.

$$G(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \tilde{A}(z) + S(z) \tilde{A}(z) \approx B(z) + S(z) \tilde{A}(z) \quad (5.36)$$

$$\text{bzw.} \quad g(n) \approx b(n) + s(n) \otimes \tilde{a}(n) \quad (5.37)$$

Eine Fensterung von  $g(n)$  von  $n = 0$  bis zum Zeitpunkt der eintreffenden Raumreflexionen ( $n_1$ ) führt zu einer mathematischen Schätzung von  $b(n)$ .

$$\tilde{b}(n) = \begin{cases} g(n), & 0 \leq n < n_1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.38)$$

Bereits kleine Fehler von  $\tilde{A}(z)$  ergeben, dass die Polstellen von  $H(z)$  nicht mehr zur Gänze beseitigt werden können.

Für fehlerhafte  $\tilde{A}(z)$  eignet sich die Shank's Methode besser. Dabei wird  $\tilde{B}(z)$  so gewählt, dass  $\tilde{H}(z) = \tilde{B}(z)/\tilde{A}(z)$  so gut wie möglich  $\tilde{H}_R(z)$  entspricht. Unter Verwendung einer Folge  $f(n)$ , deren  $z$ -Transformierte  $F(z) = 1/\tilde{A}(z)$  ist, ergibt die Faltung von  $f(n)$  mit  $\tilde{b}(n)$  beinahe  $h_R(n)$ .

$$\mathbf{F} \cdot \tilde{\mathbf{b}} = \mathbf{h}_R \quad (5.39)$$

Da  $\tilde{b}(n)$  auf die Größe  $n_1$  beschränkt ist, kann die Gleichung (5.39) keine Raumreflexionen berücksichtigen, wodurch das Matrix-Vektor-Produkt auf der rechten Seite der Impulsantwort  $h(n)$  entspricht [Niedrist, 1993].

#### 5.2.4 Auswertung „in-situ“ durchgeführter Messungen nach der Einfügedämpfungsmethode

Im vorigen Kapitel wurde die Auswertung der Einfügedämpfungsmethode mittels zweier Messungen mit und ohne Materialprobe durchgeführt. In der Praxis kommt es oft vor, dass man die akustischen Reflexionseigenschaften einer Wandfläche an Ort und Stelle, also „in-situ“, messen möchte und man nicht die Möglichkeit hat, eine Referenzmessung ohne Materialprobe durchzuführen. In diesem Fall gibt es die Möglichkeit die Reflexion an einer idealisiert harten Oberfläche zu berechnen, die dann zur gemessenen Impulsantwort der Reflexionsfläche gemäß Gleichung (5.18) ins Verhältnis gesetzt wird. Die wellentheoretische Berechnung der Reflexion erfolgt mit dem Rayleigh-Integral, das sich aus dem Kirchhoff-Helmholtz-Integral (KHI) ableitet (siehe Kapitel 2). In das Simulationsprogramm gehen die geometrischen Gegebenheiten der Messsituation ein. An dieser Stelle muss zwischen zwei Realisierungsvarianten unterschieden werden:

##### Variante 1:

Wird im Zuge der Berechnung der Impulsantwort der Reflexionsfläche eine Subtraktion im Zeitbereich durchgeführt, so werden nur die tieffrequenten Ausschwinger des Direktschalls

aus der Bodenreflexion herausgerechnet. Die eigentliche Lautsprecherimpulsantwort bleibt jedoch der Bodenreflexion überlagert. Aus diesem Grund muss in der Simulation der Schalldruck  $P_Q$  des Lautsprechers berücksichtigt werden, der aus dem Direktschall der Messung  $P_{Dir}$  berechnet wird (vgl. Abb. 5.17).

$$P_Q = P_{Dir} \cdot (H-h) \cdot e^{-jk(H-h)} \quad (5.40)$$

### Variante 2:

Verwendet man zur Berechnung der Reflexionsflächenimpulsantwort eine Lautsprecherentzerrung durch Division im Frequenzbereich, so sind somit alle lautsprecherspezifischen Anteile aus der Bodenreflexion beseitigt worden. Gleichzeitig wird dadurch der Direktschall auf einen Diracimpuls reduziert. Die mit einhergehende Normierung der Bodenreflexion auf den Direktschall bedeutet, dass der Schalldruck der Quelle im Simulationsprogramm ebenfalls auf die Mikrofonposition normiert werden muss. In Fall des obigen Messaufbaues beträgt der Abstand vom Lautsprecher zum Mikrofon genau einen Meter, wodurch der Normierungsfaktor der Quelle in der Simulation eins beträgt. Allgemein gilt jedoch:

$$P_Q = (H-h) \cdot e^{-jk(H-h)} \quad (5.41)$$

Unabhängig von der Entzerrungsvariante ergibt sich aus der Länge des Zeitfensters  $T_w$ , mit dem die Reflexion aus der Messung herausgeschnitten wird eine äquivalente aktive Fläche in der Reflexionsebene. Der in Abb. 5.17 dargestellte Kreisradius  $r$  lässt sich wie folgt berechnen:

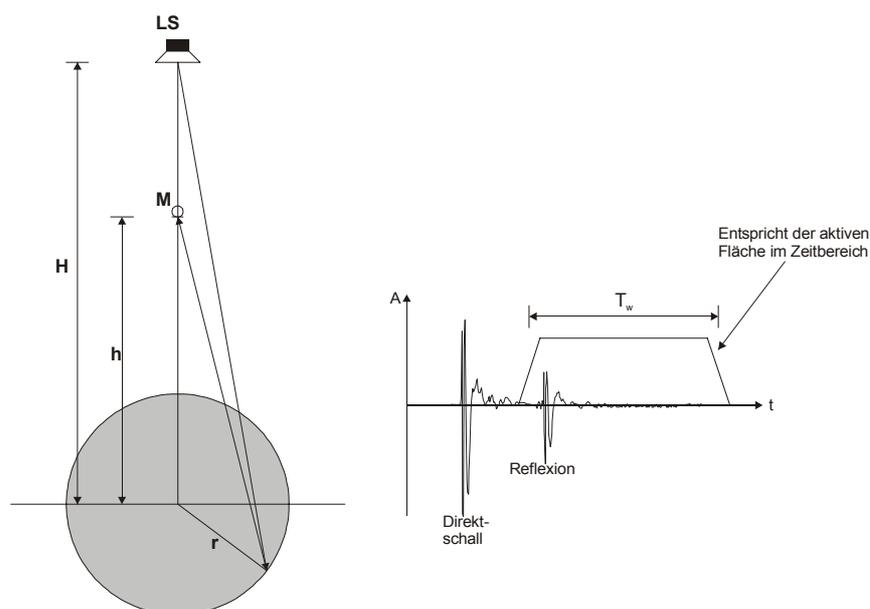


Abb. 5.17: aktive Fläche bei 0° Einfallswinkel und zugehöriges Zeitfenster [Kimura, 2002]

$$r = \frac{1}{H+h+cT_w} \times \sqrt{\left(H+h+\frac{cT_w}{2}\right)\left(H+\frac{cT_w}{2}\right)(2h+cT_w)cT_w} \quad (5.42)$$

mit  $H$  ... kürzester Abstand (Normalabstand) vom Lautsprecher LS zur Reflexionsfläche

$h$  ... kürzester Abstand (Normalabstand) vom Mikrofon M zur Reflexionsfläche

$c$  ... Schallausbreitungsgeschwindigkeit in m/s

$T_w$ ... Länge des Zeitfensters mit dem die Reflexion herausgeschnitten wird

Ausgehend vom Huygen-Fresnel'schen Prinzip welches besagt, dass jeder Punkt einer Wellenfläche wieder Ausgangspunkt einer sekundären kugelförmigen Elementarwelle ist, kann die von einer Wandfläche zurückgeworfene Reflexion durch eine Vielzahl kleiner sekundärer Kugelstrahler auf der Reflexionsfläche aufgefasst werden. Der Zeitpunkt, nach dem in Abb. 5.17 die Reflexion eintrifft, entspricht dem kürzesten Laufweg des Schalls vom Lautsprecher LS zum Mikrofon M ( $l_1=H+h$ ). Sekundärquellen in der Reflexionsfläche, die gegenüber dem kürzesten Laufweg eine Laufzeitdifferenz von  $T_w$  aufweisen, beschreiben die Grenze der aktiven Fläche, die bei  $0^\circ$  Einfallswinkel kreisförmig ist. Der Begriff „aktive Fläche“ bedeutet, dass Sekundärquellen, die außerhalb des Radius  $r$  liegen, nicht mehr in die Analyse der Reflexion eingehen.

Da in der Raumakustik der Normaleinfall der Schallwelle auf eine Oberfläche einen Spezialfall darstellt, wird nun der schräge Schalleinfall analysiert.

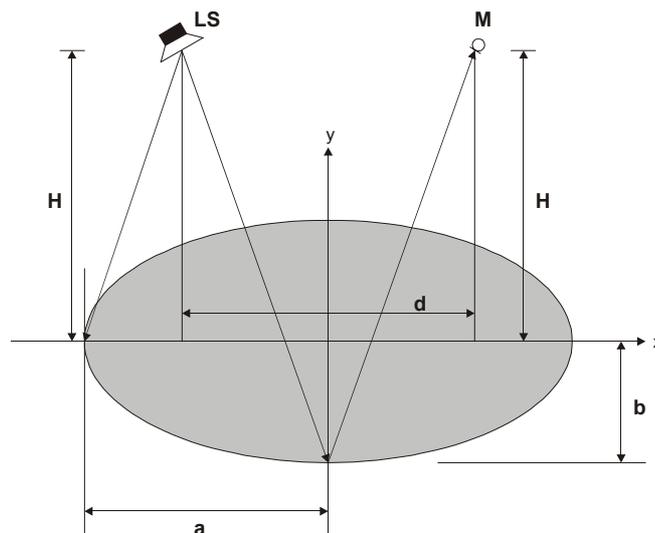


Abb. 5.18: aktive Fläche bei schrägem Schalleinfallswinkel [Kimura, 2002]

Die aktive Fläche besitzt in diesem Fall eine elliptische Form, wobei die Weglänge der Reflexion vom Lautsprecher zum Mikrofon entlang der Grenze dieser Ellipse einer

Konstanten  $K$  entspricht, die sich aus der Beziehung  $K = cT_w$  berechnet. Die Punkte auf der Ellipse errechnen sich aus der Ellipsengleichung

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = d^2 \quad . \quad (5.43)$$

Die Größe der Ellipse berechnet sich entsprechend der geometrischen Anordnung und des gewählten Zeitfensters  $T_w$  [Kimura, 2002].

$$a = \sqrt{\frac{H^2 + \frac{d^2}{4} + \frac{A}{2}}{1 + \frac{2H^2}{A}}} = \sqrt{\frac{r^2 + \frac{A}{2}}{1 + \frac{2r^2 \cos^2(\Theta)}{A}}} \quad (5.44)$$

$$b = \sqrt{\frac{A}{2}} \quad (5.45)$$

$$A = 2cT_w \cdot \sqrt{d^2 + 4H^2 + \frac{cT_w}{2}} = cT_w \cdot \left(2r + \frac{cT_w}{2}\right) \quad (5.46)$$

Die aus den geometrischen Gegebenheiten des Messaufbaus berechnete aktive Fläche geht nun als abstrahlende Reflexionsfläche in das Simulationsprogramm ein. Des weiteren werden die von allen betrachteten Sekundärquellenpunkten ausgehenden Schallwellen im Mikrofonpunkt  $M$  mit Hilfe des Rayleigh-Integrals berechnet. Der hier beschriebene Algorithmus ersetzt den Zweig der Bodenreferenzmessung in Abb. 5.14. Anschließend wird der Absorptionskoeffizient nach der Einfügedämpfungsmethode berechnet.

$$\alpha(f) = 1 - \frac{|R_{\text{Probe}}(f)|^2}{|R_{\text{Simulation}}(f)|^2} \quad (5.47)$$

Diese Art der Messauswertung besitzt gegenüber der herkömmlichen Auswertung nach der „in-situ“-Methode, bei der die Übertragungsfunktion der Reflexionsfläche nur mit dem Pegelabfall einer Punktschallquelle beaufschlagt wird (siehe Gl. (5.17)), einen entscheidenden Vorteil. Ist nämlich die Fläche der Materialprobe kleiner als die aktive Fläche, so ist das Ergebnis der herkömmlichen „in-situ“ Auswertung ein mittlerer Absorptionskoeffizient über die gesamte aktive Fläche. Anders jedoch bei der Einfügedämpfungsmethode, bei der jener Teil der aktiven Fläche, der nicht zur Materialprobe gehört, im Simulationsprogramm mit dem zugehörigen Absorptionskoeffizienten beaufschlagt werden kann. Dieser Absorptionsgrad der Materialprobenumgebung kann in einer eigens durchgeführten Messung ermittelt werden. Im Ergebnis der Einfügedämpfungsmethode ist also die Materialprobenumgebung nicht enthalten.

## 5.3 Messung des Absorptionskoeffizienten mit Hilfe des Transmissionsgrades

Die in diesem Kapitel vorgestellte Messanordnung ermöglicht es den Absorptionskoeffizienten von Materialien ohne den Einfluss von Materialumgebungsflächen zu bestimmen.

### 5.3.1 Beschreibung des Messaufbaus

Um den Einfluss von Probenumgebungsflächen ausschließen zu können, muss die Materialprobe im Messraum abgehängt werden. In der praktischen Anwendung werden jedoch Absorptions- bzw. Verkleidungsmaterialien üblicherweise vor einer hart reflektierenden Wand montiert. Damit das Fehlen dieser Wandfläche kompensiert werden kann, muss der Transmissionsgrad der Materialprobe gemessen werden. Aus diesen Anforderungen ergibt sich folgender Messaufbau.

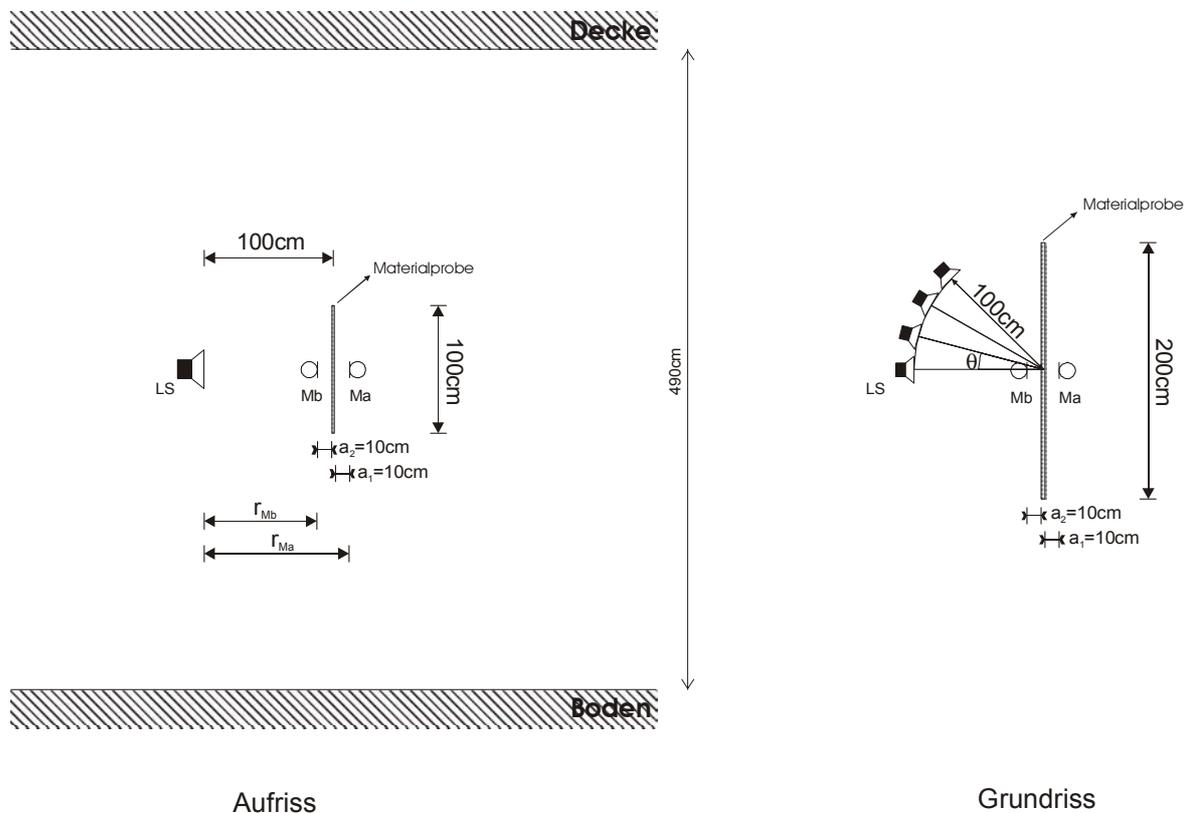


Abb. 5.19: Messaufbau für Reflexions- und Transmissionsmessung mit abgehängter Materialprobe

Der Mittelpunkt der Materialprobe wird auf halbe Raumhöhe abgehängt, damit die störenden Reflexionen von den Raumbegrenzungsflächen (Decke und Boden) so spät wie möglich am Mikrofon eintreffen. Bei dieser Messanordnung werden zwei Mikrofone benötigt. Ein Mikrofon (Mb) befindet sich vor der Materialprobe und misst den von ihr reflektierten Schall und das andere Mikrofon (Ma) ist hinter der Materialprobe aufgestellt und nimmt den transmittierten Schall auf. Die Abstände vom Lautsprecher LS, Mikrofon Ma und Mb zur Materialprobe hängen von verschiedenen Größen ab:

- Die Wahl des Lautsprechertyps und die damit einhergehende Lautsprecherimpulsantwort fließen indirekt in die Abstandswahl mit ein, da im Auswertalgorithmus eine Lautsprecherentzerrung stattfindet und der Abstand vom Mikrofon Mb zur Probenfläche möglichst gering gehalten werden soll. Befindet sich beispielsweise das Mikrofon Mb 10 cm vor der Probenfläche, so beträgt der Laufwegunterschied zwischen Direktschall und Probenreflexion 20 cm. Umgerechnet bedeutet dies eine Laufzeitdifferenz von ca. 0,6 ms, d.h. die Entzerrung der Lautsprecherimpulsantwort muss sehr gut funktionieren um keinen Einfluss auf die Probenreflexion zu nehmen. Des weiteren sollen die Abmessungen des Lautsprechers relativ klein sein, damit das Abstrahlverhalten auch bei kleinen Abständen dem einer Punktschallquelle nahe kommt.
- Die Abmessungen der verwendeten Materialprobe gehen direkt in das Messergebnis ein, da die größte Wellenlänge, die an ihr reflektiert werden kann, die tiefste aufzulösende Frequenz bildet.

Die Abmessungen der Materialprobe und die möglichen Abstände, die sich aus dem verwendeten Lautsprechertyp und der Lautsprecherentzerrung ergeben, fließen in das Simulationsprogramm, das eine wellentheoretische Berechnung der Probenreflexion mit dem Rayleigh-Integral durchführt, ein. Nach einigen Justierungsberechnungen ergeben sich bei einer Materialprobenabmessung von 2 x 1 m die in Abb. 5.19 ausgewiesenen Abstände von Lautsprecher und Mikrofonen.

### 5.3.2 Verfahren zur Auswertung der Messung

Als Impulsantwortmessung wird die logarithmische Sinus Sweep-Methode verwendet. Es werden zwei Messungen benötigt, wobei die erste Messung mit Materialprobe und die Zweite ohne Materialprobe durchgeführt wird. Aus der ersten Messung erhält man die Probenreflexion (Mikrofon Mb) bzw. die Transmission (Mikrofon Ma). Aus der Messung ohne Materialprobe wird die Lautsprecherimpulsantwort für die Entzerrung

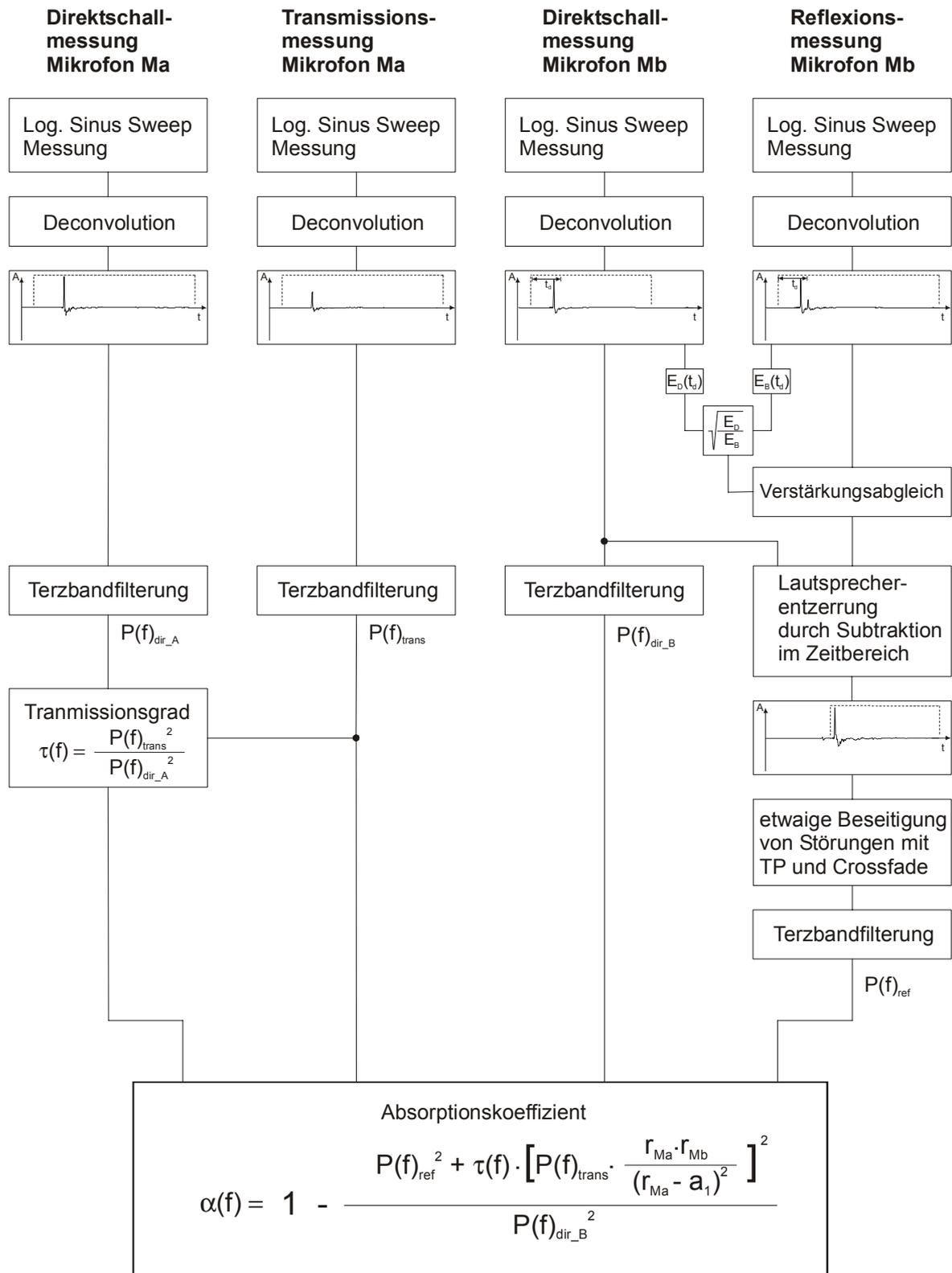


Abb. 5.20: Überblick über den Auswerteablauf

gewonnen (Mikrofon Mb). Das Signal, das von Mikrofon Ma aufgenommen wird, wird für die Transmissionsgradberechnung benötigt (vgl. Abb. 5.20). Als erster Schritt im Programm wird die Reflexion der Probenfläche von den Ausschwingern des Direktschalls befreit. Nach dieser Entzerrung mit der Lautsprecherimpulsantwort können etwaige Lautsprecherreflexionen mit einer Tiefpassfilterung und anschließendem Crossfade beseitigt werden (analog zu Kapitel 5.3.2). Anschließend erfolgt eine Terzbandfilterung dieser Probenreflexion ( $p(t)_{\text{ref}} \Rightarrow P(f)_{\text{ref}}$ ). Auch die anderen Impulsantworten (Direktschallmessung und Transmissionsmessung) werden dieser Terzbandfilterung unterzogen. Nun wird aus den beiden Messsignalen die vom Mikrofon Ma aufgenommen wurden der Transmissionsgrad berechnet (vgl. Abb. 5.20).

$$\tau(f) = \frac{\text{transmittierte Energie}}{\text{eintreffende Energie}} = \frac{P(f)_{\text{trans}}^2}{P(f)_{\text{dir}_A}^2} \quad (5.48)$$

In dem nun folgenden Teil soll erklärt werden, wie man den Absorptionskoeffizienten eines Materials vor einer schallharten Fläche aus dem Reflexionsgrad und dem Transmissionsgrad berechnet. Betrachtet man die Abb. 5.19 so ist ersichtlich, dass das Mikrofon Ma den durch die Materialprobe transmittierten Schalldruck ( $p_{\text{trans}}$ ) aufnimmt. Würde sich hinter der Materialprobe eine schallharte Wand befinden, so entspräche der dort auftreffende Schalldruck

$$p_{\text{trans}_1} = p_{\text{trans}} \cdot \frac{r_{Ma}}{r_{Ma} - a_1} \quad (5.49)$$

Der Schalldruck vergrößert sich, da eine Bewegung entgegen der Schallausbreitungsrichtung stattgefunden hat. An dieser fiktiven Wand würde die Schallwelle zur Gänze reflektiert werden und noch einmal das Probematerial durchlaufen, was eine Abminderung entsprechend dem Transmissionsgrad zur Folge hätte.

$$p_{\text{trans}_2} = p_{\text{trans}_1} \cdot \sqrt{\tau} \quad (5.50)$$

Da der Transmissionsgrad  $\tau$  ein Energieverhältnis darstellt, muss er bei der Anwendung auf einen Schalldruck radiziert werden. Wird die Wellenausbreitung bis zum Mikrofon Mb weiter fortgeführt, so ergibt sich der dort anliegende Schalldruck ( $p_{\text{trans}_3}$ ) mit

$$p_{\text{trans}_3} = p_{\text{trans}_2} \cdot \frac{r_{Mb}}{r_{Ma} - a_1} \quad (5.51)$$

Der Schalldruck verkleinert sich, da die Bewegung in Richtung der Schallausbreitung geht. Setzt man Gleichung (5.49) und (5.50) in Gleichung (5.51) ein so ergibt folgende Beziehung:

$$p_{\text{trans}_3} = p_{\text{trans}} \cdot \sqrt{\tau} \cdot \frac{r_{Ma} \cdot r_{Mb}}{(r_{Ma} - a_1)^2} \quad (5.52)$$

$p_{\text{trans}_3}$  stellt also jenen Schalldruck im Mikrofonpunkt Mb dar, dessen Schallwelle an einer schallharten Wand hinter der Materialprobe reflektiert wird und zweimal das Probenmaterial durchläuft.

Der in Gleichung (5.1) definierte Absorptionskoeffizient kann auch wie folgt geschrieben werden.

$$\alpha = 1 - \frac{\text{reflektierte Energie}}{\text{eintreffende Energie}} \quad (5.53)$$

Die reflektierte Energie setzt sich in der gegenständlichen Situation aus dem an der Materialprobe reflektierten Anteil  $P(f)_{\text{ref}}$  und dem soeben berechneten Transmissionsanteil  $P(f)_{\text{trans}_3}$  zusammen.

$$\alpha(f) = 1 - \frac{P(f)_{\text{ref}}^2 + \tau(f) \cdot \left[ P(f)_{\text{trans}} \cdot \frac{r_{Ma} \cdot r_{Mb}}{(r_{Ma} - a_1)^2} \right]^2}{P(f)_{\text{dir}_B}^2} \quad (5.54)$$

Zur besseren Übersicht werden die verwendeten Größen noch einmal angeführt (vgl. Abb. 5.19 und Abb. 5.20):

- $p_{\text{dir}_A}$  Direktschall, der sich aus der Messung ohne Materialprobe am Mikrofon Ma ergibt.
- $p_{\text{trans}}$  Schalldruck im Mikrofonpunkt Ma, der sich durch die Transmission der Schallwelle durch die Materialprobe ergibt.
- $p_{\text{dir}_B}$  Direktschall, der sich aus der Messung ohne Materialprobe am Mikrofon Mb ergibt.
- $p_{\text{ref}}$  Schalldruck im Mikrofonpunkt Mb, der sich nach der Lautsprecherentzerrung der Reflexion an der Materialprobe ergibt.
- $r_{Ma}$  Abstand vom Lautsprecher zum Mikrofon Ma
- $r_{Mb}$  Abstand vom Lautsprecher zum Mikrofon Mb
- $a_1$  Abstand vom Mikrofon Ma zur Rückseite der Materialprobe
- $a_2$  Abstand vom Mikrofon Mb zur Vorderseite der Materialprobe

## 6 Auswertung und Interpretation der Messergebnisse

Ausgehend vom Titel dieser Arbeit wurden Messaufbauten entwickelt, mit denen es möglich ist, die akustischen Eigenschaften von Streckmetall zu bestimmen. Im Kapitel „Methoden zur richtungsabhängigen Reflexionsfaktormessung“ werden mehrere Messanordnungen vorgestellt, an das dieses Kapitel nun thematisch anschließt und die Auswertung und Interpretation der Messergebnisse behandelt.

### 6.1 Messergebnisse zur Einfügedämpfungsmethode

Die in Kapitel 5.2 behandelten theoretischen Grundlagen sind natürlich auch für andere Materialmessungen geeignet. So wurden abgesehen von Streckmetall auch die akustischen Eigenschaften einer Folie gemessen. Diese beiden Werkstoffe werden in der Architektur oft zur Verkleidung von Wandflächen verwendet, wo sie z.B. als Sichtschutz vor Haustechnikanlagen eingesetzt werden. Des weiteren gilt es festzustellen, inwiefern die Wirkung von absorbierenden Materialien hinter diesem Sichtschutz noch gegeben ist.

#### 6.1.1 Streckmetallmessung

##### 6.1.1.2 Probenmaterial

Bei den Messungen kamen zwei verschiedene Arten von Streckmetallen zum Einsatz. Beide Proben sind aus Stahlblech gefertigt und besitzen eine Rautenmasche.

Kenndaten:

Format: 1000 x 2000 mm

Blechdicke: 1 mm

Stegbreite: 1,5 mm

Sie unterscheiden sich durch folgende Maschenweiten:

1.) Maschenweite: 10 x 4,5 mm

Lochanteil: 33 %

2.) Maschenweite: 20 x 10 mm

Lochanteil: 70 %

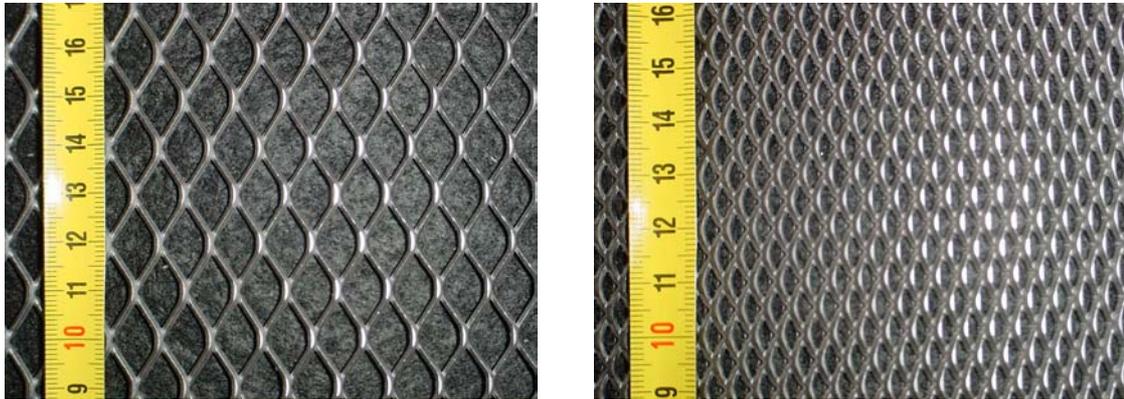


Abb. 6.1: links: Streckmetall mit 20 x10 mm Maschengröße (70 % Lochanteil)

rechts: Streckmetall mit 10 x4,5 mm Maschengröße (30 % Lochanteil)

Aus den Abmessungen des Streckmetallgitters ergibt sich eine Probenfläche von 3 x 4 m die aus sechs Streckmetallgitter zusammengesetzt wird.

### 6.1.1.3 Probenaufbau

In der Praxis werden Streckmetallgitter üblicherweise in einem gewissen Abstand vor einer Wand montiert. Im Messaufbau wird dieser Abstand mit 15 cm gewählt, wobei verschiedene Probenaufbauten untersucht werden:

- 1.) Streckmetall 20 x 10 mm vor hartem Boden
- 2.) Streckmetall 10 x 4,5 mm vor hartem Boden
- 3.) Streckmetall 20 x 10 mm vor absorbierendem Boden (Schaumstoff)
- 4.) Streckmetall 10 x 4,5 mm vor absorbierendem Boden (Schaumstoff)
- 5.) absorbierender Boden alleine (Schaumstoff)

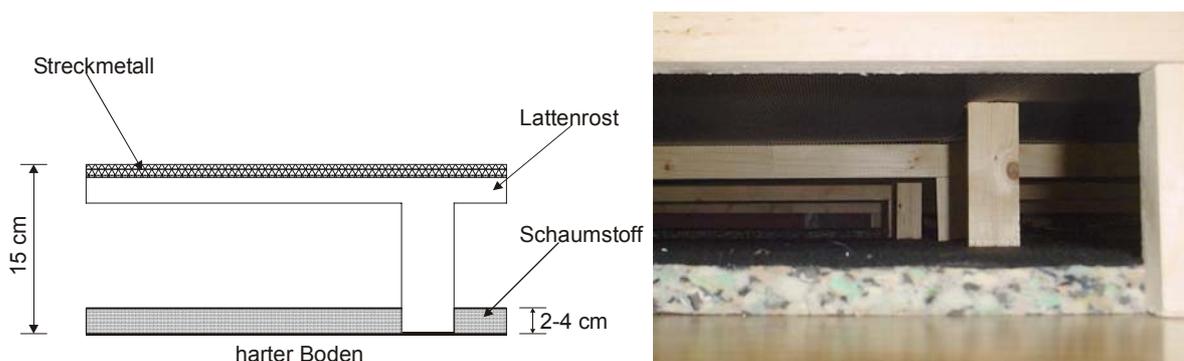


Abb. 6.2: Streckmetall 10 x 4,5 mm vor absorbierendem Boden (Schaumstoff)

### 6.1.1.4 Analyse der Impulsantwortmessung

Ausgehend von der Impulsantwort, die man aus dem im Kapitel 5.2.3 beschriebenen Messaufbau erhält, wird nun die für die Reflexionsfaktorbestimmung wichtige Bodenreflexion genauer analysiert. Bei der Bestimmung der akustischen Eigenschaften von Streckmetall stellt sich zuerst die Frage, wo die einfallende Welle am Probenaufbau reflektiert wird. Durch eine Oktavbandfilterung der Impulsantwort bei 4000 Hz bzw. 8000 Hz kann festgestellt werden, an welchen Stellen Reflexionen stattfinden.

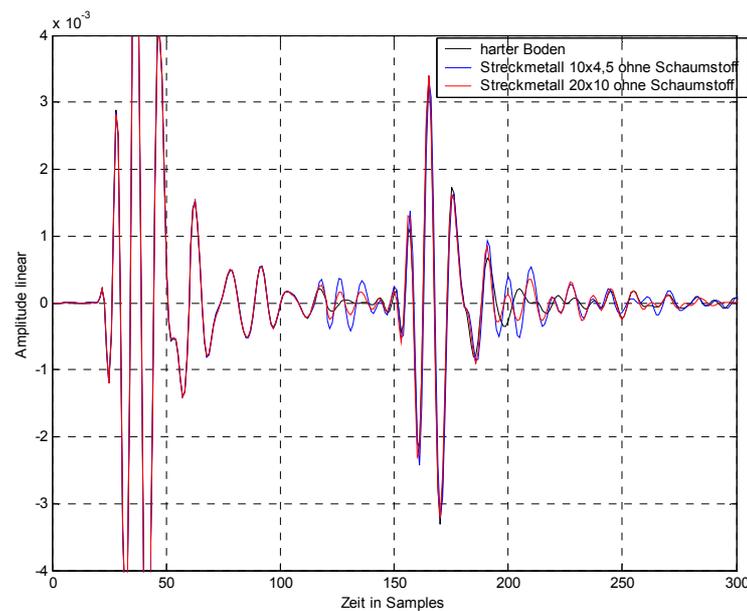


Abb. 6.3: Impulsantwort bei 0° Einfallswinkel für Oktavband bei 4000Hz

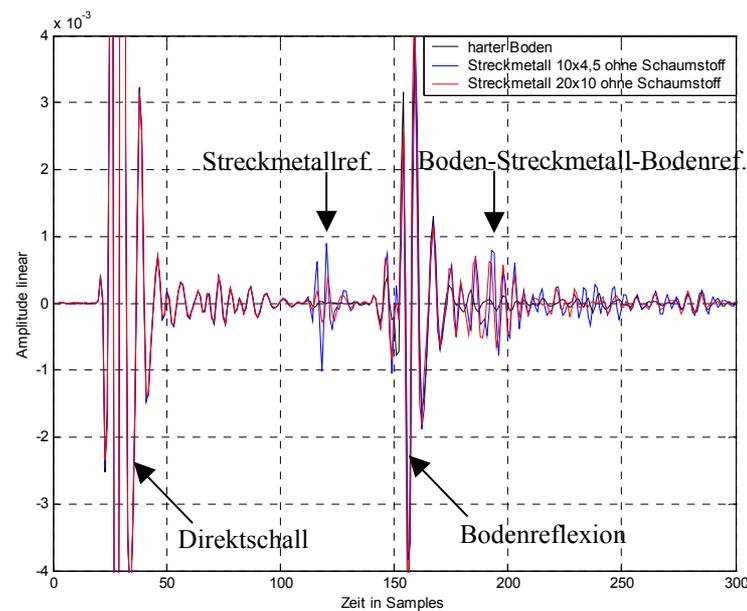


Abb. 6.4: Impulsantwort bei 0° Einfallswinkel für Oktavband bei 8000Hz

Betrachtet man die Schallwellenausbreitung, so trifft ca. 2 ms (90 Samples bei 44100 Hz Abtastfrequenz) nach dem Direktschall die erste Streckmetallreflexion am Mikrofon ein. Nur ein Bruchteil der einfallenden Schallwelle wird am Streckmetall reflektiert, wobei mit kleiner werdender Maschengröße der Reflexionsgrad steigt. Der Großteil der Schallwelle wird jedoch durch das Streckmetallgitter transmittiert und am Boden reflektiert. Nun trifft die Schallwelle von der anderen Seite auf das Streckmetallgitter, wo wieder der Hauptteil transmittiert und ein kleiner Teil reflektiert wird. Der transmittierte Anteil wird vom Mikrofon aufgenommen, wobei der reflektierte sich noch einmal in Richtung Boden ausbreitet und in weiterer Folge zur „Boden-Streckmetall-Bodenreflexion“ führt. Der zeitliche Abstand dieser am Mikrofonpunkt aufgenommenen Anteile betragen 39 Samples und was genau dem doppelten Hohlraumabstand von 15 cm entspricht.

Die Berechnung des Energieschwerpunktes und somit der Gruppenlaufzeit innerhalb jedes Terzbandes wird wie folgt durchgeführt:

$$T_g(f) = \frac{\sum_n n \cdot h^2(f)}{\sum_n h^2(f)} \quad (6.1)$$

Um die frequenzabhängige Gruppenlaufzeit des Lautsprechers für die Darstellung zu beseitigen, wird eine relative Gruppenlaufzeit als Differenz zwischen der Messung des harten Bodens und den restlichen Probenaufbauten berechnet (siehe Abb. 6.5). Wie schon in der Abb. 6.3 und Abb. 6.4 zu sehen war, treten ohne bedämpften Hohlraum doppelte Boden-Streckmetallreflexionen nach der Bodenreflexion auf. Für den Frequenzbereich größer als 1000 Hz gilt, dass die zeitliche Verschiebung des Energieschwerpunktes nach vorne durch die erste Streckmetallreflexion durch die verspätet eintreffenden doppelten Boden-Streckmetallreflexionen nahezu kompensiert wird. Dies wird durch die rote und dunkelblaue Kurve in Abb. 6.5 dargestellt. Bei der Verwendung von absorbierendem Material vor dem Boden, wird die Bodenreflexion entsprechend dem Reflexionsfaktor des Absorptionsmaterials abgemindert. Die Auswirkung dessen auf die relative Gruppenlaufzeit wird durch die rosa und hellblaue Kurve in Abb. 6.5 dargestellt. In Folge der nun viel geringeren Bodenreflexion kann im Frequenzbereich größer als 1000 Hz die Energie der doppelten Boden-Streckmetallreflexionen nicht mehr den Einfluss der Energie der ersten Streckmetallreflexion auf die relative Gruppenlaufzeit ausgleichen. Je feinmaschiger das Streckmetallgitter und absorbierender das Absorbermaterial ist, umso weiter schiebt sich der Energieschwerpunkt nach vorne.

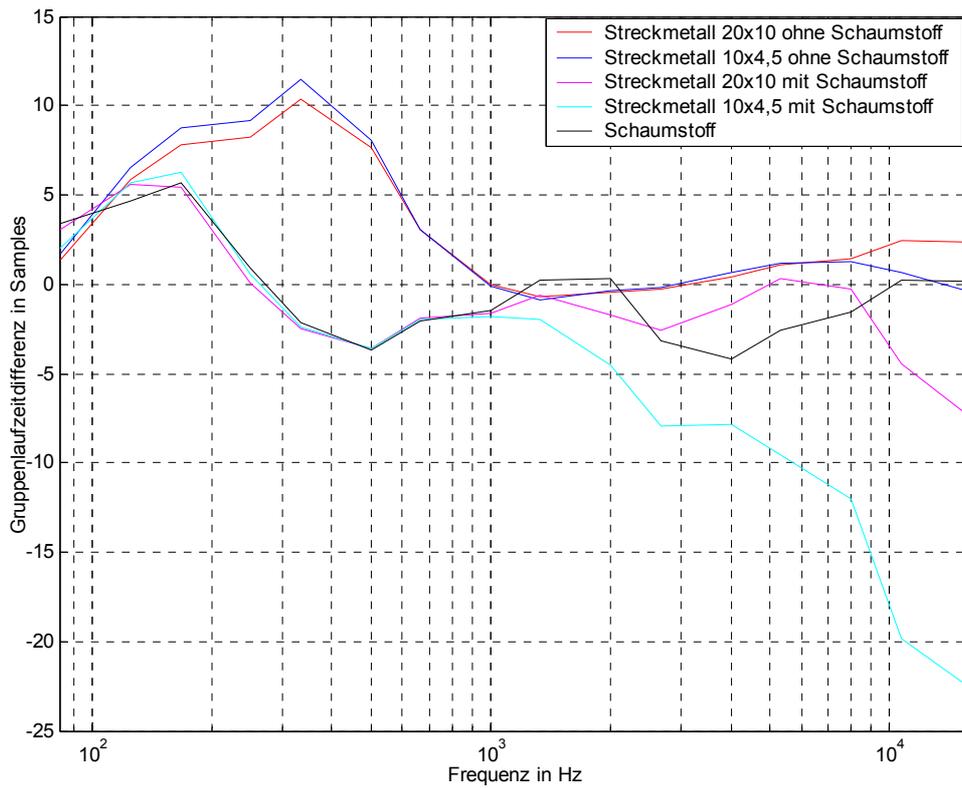


Abb. 6.5: relative Gruppenlaufzeit in Terzbandabständen

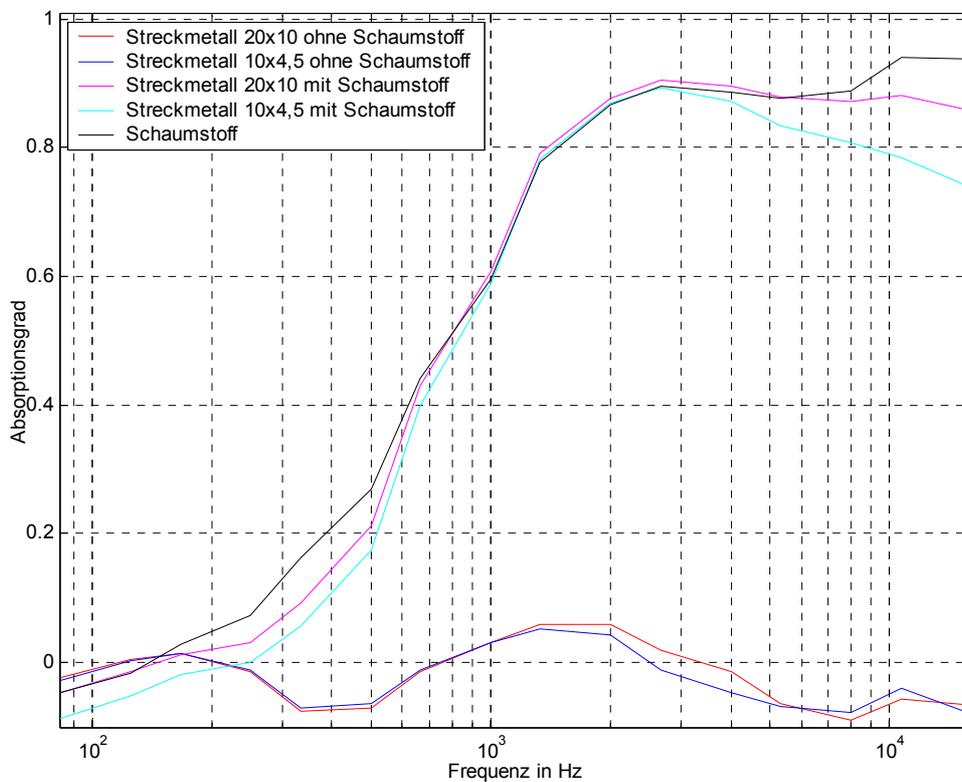


Abb. 6.6: Absorptionskoeffizientenverlauf im Terzabstand bei 0° Einfallswinkel

Aus der relativen Gruppenlaufzeit lässt sich ablesen, ob für die Berechnung des Absorptionsgrades eine Korrektur des Reflexionsschalldrucks auf Grund der verminderten Ausbreitungsdämpfung im Vergleich zur Messung des harten Bodens notwendig ist. Diese Korrektur kann in diesem Fall ausbleiben, da die relativen Gruppenlaufzeiten im Verhältnis zum gesamten Schallweg vernachlässigbar sind.

Die in Abb. 6.6 ausgewiesenen Absorptionskoeffizienten werden gemäß dem Messaufbau und Auswertalgorithmus in Kapitel 5.2.3 berechnet. Es ist klar erkennbar, dass der Streckmetallaufbau vor dem harten Boden (rote und dunkelblaue Kurve) keine absorbierende Wirkung besitzt. Der rein theoretisch nicht mögliche negative Absorptionsgrad im Frequenzbereich  $> 3000$  Hz ist darauf zurückzuführen, dass die Seitenflanken der Absorber der hochabsorbierenden Umgebung bei der Referenzmessung des harten Bodens voll zur Geltung kommen. Wird nun der 15 cm tiefe Probenaufbau auf die harte Bodenfläche gelegt, so werden die Seitenflanken der hochabsorbierenden Umgebung verdeckt. Die vom Lautsprecher ausgesandte Schallwelle trifft an der Probengrenze unter einem sehr schrägen Winkel ein, wodurch der eigentlich sehr hohe Transmissionsgrad des Streckmetallgitters wesentlich geringer ist. Die absorbierenden Seitenflanken der hochabsorbierenden Umgebung kommen daher nicht mehr zur Geltung. Dadurch wird am Mikrofon ein höherer Schalldruck empfangen als bei der Referenzmessung mit hartem Boden. Ein negativer Absorptionsgrad ist die Folge.

Beim Versuchsaufbau mit Streckmetall vor absorbierendem Boden zeigt sich, dass mit kleiner werdender Maschengröße der Reflexionsgrad steigt und somit für höhere Frequenzen die absorbierende Wirkung des dahinterliegenden Absorbers abnimmt (hellblaue bzw. rosa Kurve in Abb. 6.6).

Die akustischen Eigenschaften von Streckmetall unter schrägem Einfallswinkel werden später im Kapitel 6.2.1 behandelt.

Die nachfolgenden Abb. 6.7, Abb. 6.8 und Abb. 6.9 veranschaulichen die Durchführung der Messungen von Streckmetall, hartem Boden und Folie (Messergebnisse der Folie werden im nächsten Kapitel behandelt). Auf den Fotos sind immer zwei Mikrofone im Messaufbau zu erkennen. Es ist dadurch möglich zwei verschiedene Impulsantworten bei unterschiedlichen Abständen gleichzeitig zu messen.



Abb. 6.7: Streckmetallmessung bei 0° Einfallswinkel



Abb. 6.8: Messung des schallharten Bodens bei 45° Einfallswinkel

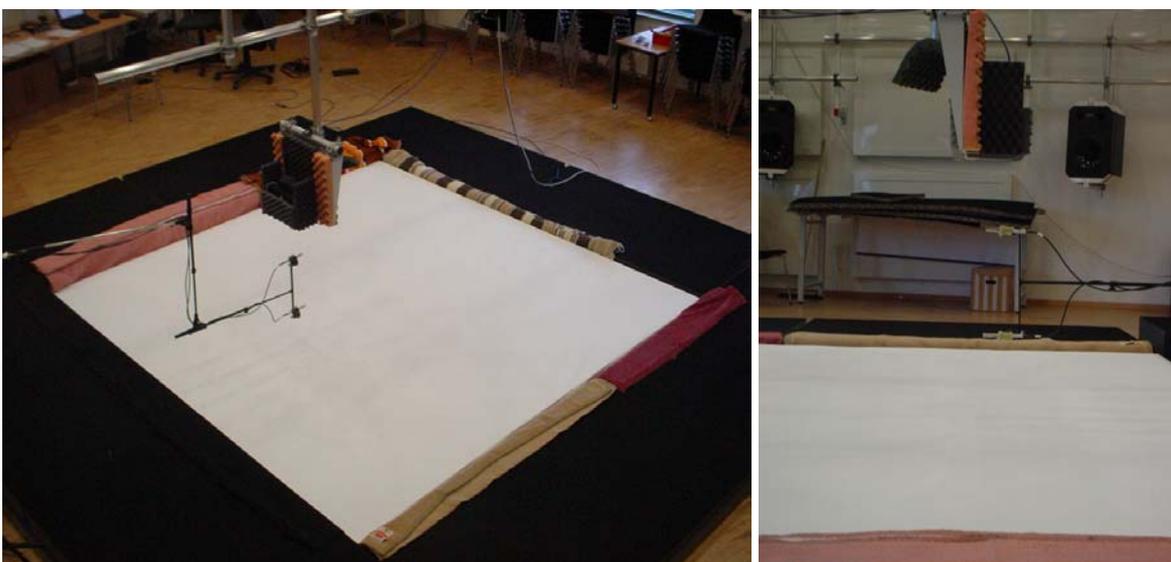


Abb. 6.9: Folienmessung unter 0° Einfallswinkel

## 6.1.2 Folienmessung

### 6.1.2.1 Allgemeines

Untersucht wird eine ca. 1 mm dicke Kunststoffolie im Format 3 x 3 m. Es soll herausgefunden werden, ob ein hinter der Folie befindlicher Absorber noch zur Wirkung kommt oder nicht. Die Hohlraumtiefe beträgt wie schon bei der Streckmetallmessung 15 cm. Der Abstand des Lautsprechers vom Boden wurde mit 100 cm und der des Mikrofons mit 41 cm gewählt.

### 6.1.2.2 Analyse der Impulsantwortmessung

Aus den in Abb. 6.10 dargestellten Impulsantworten geht hervor, dass bei einer Oktavmittenfrequenz von 2000 Hz die gesamte Schallwelle an der Folie reflektiert wird. Die Laufzeitdifferenz von 39 Samples zwischen Folien- und Bodenreflexion entspricht genau der Wegdifferenz von 30 cm (bei 44100 Hz Abtastrate) für die doppelte Hohlraumtiefe. Des weiteren ist in der Abb. 6.10 sehr gut die störende Lautsprecherreflexion auszumachen, die ca. 3,5 ms ( $\hat{=}$  153 Samples bei 44100 Hz Abtastrate) nach der Folien- bzw. Bodenreflexion am Mikrofon eintrifft. Wie schon im Kapitel 5.2.3 genauer erklärt wurde, beseitigt man die Störung mit einem geeigneten Tiefpassfilter und anschließender Überblendung (Crossfade) mit der originalen Impulsantwort.

Die Berechnung des Energieschwerpunktes nach Gleichung (6.1) liefert in weiterer Folge eine relative Gruppenlaufzeit, die in Abb. 6.11 zu sehen ist. In diesem Fall kann oberhalb von 700 Hz die verringerte Ausbreitungsdämpfung auf Grund der früheren Reflexion an der Folie nicht mehr vernachlässigt werden. Der Korrekturfaktor K wird durch das Abstandsverhältnis zwischen dem Schallweg über die Bodenfläche und die Folienfläche berechnet. Bei einem Einfallswinkel von  $0^\circ$  beträgt dieser Korrekturfaktor für die gegebene Messanordnung

$$K = \frac{LS - \text{Folie} - \text{Mik.}}{LS - \text{Boden} - \text{Mik.}} = \frac{111\text{cm}}{141\text{cm}} = 0,79.$$

Im tieferen Frequenzbereich (100 bis 400 Hz) fällt auf, dass die relative Gruppenlaufzeit große positive Werte aufweist. Dies ist durch die Vorstellung zu erklären, dass die gespannte Folie wie eine Membran wirkt, die auf Grund ihrer Trägheit die einfallende Schallwelle im tiefen Frequenzbereich nicht sofort reflektiert, sondern erst allmählich mitzuschwingen (Resonanzfrequenz) beginnt. Diese verspätete Energieabgabe äußert sich

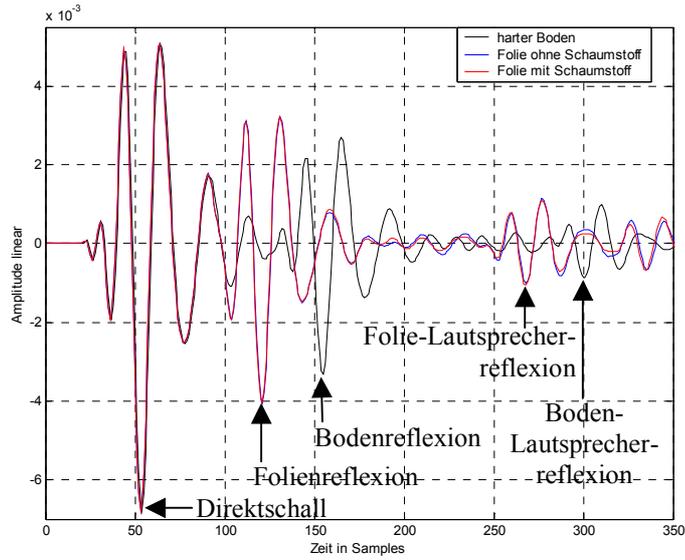


Abb. 6.10: Impulsantwort der Folienmessung bei 0° Einfallswinkel für Oktavband bei 2000 Hz

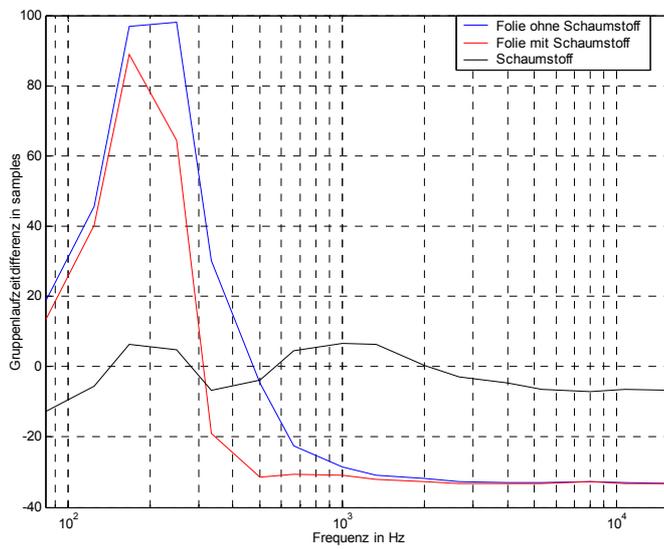


Abb. 6.11: relative Gruppenlaufzeit der Folienmessung in Terzbandabständen

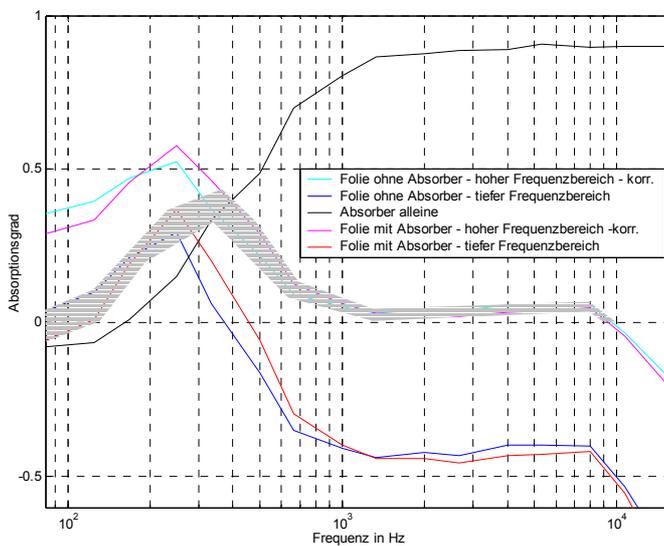


Abb. 6.12: Folien-Absorptionskoeffizientenverlauf im Terzabstand bei 0° Einfallswinkel

in einer positiven relativen Gruppenlaufzeit, die nicht als eigener Korrekturfaktor berücksichtigt werden muss. Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass eine Reflexion der mittleren und hohen Frequenzen an der Folie stattfindet, wohingegen die tiefen Frequenzen am schallharten Boden reflektiert werden. Für die Berechnung des Absorptionskoeffizienten bedeutet das eine Aufteilung in zwei Frequenzbereiche, die dann ineinander überblendet werden. Dies wird in Abb. 6.12 durch den hellgrauen Bereich angedeutet.

## 6.2 Messergebnisse zur Transmissionsgradmethode

### 6.2.1 Transmissionsgradmessung

In diesem Kapitel wird das Verhalten der Streckmetallgitter unter schrägem Schalleinfall untersucht. Der zugehörige Messaufbau wird in Kapitel 5.3 erklärt, wobei für die Bestimmung des Transmissionsgrades  $\tau(f)$  nur das Mikrofon A benötigt wird. Für die verschiedenen Einfallswinkel ergeben sich folgende Transmissionsgrade.

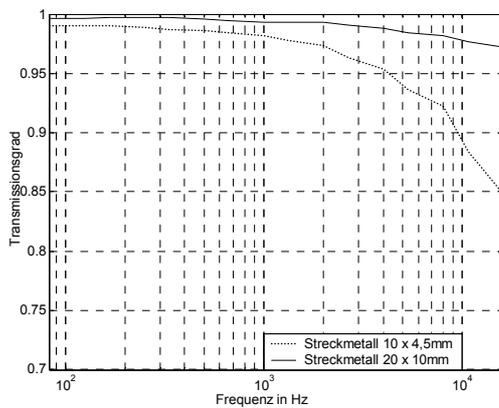


Abb. 6.13: 0° Einfallswinkel

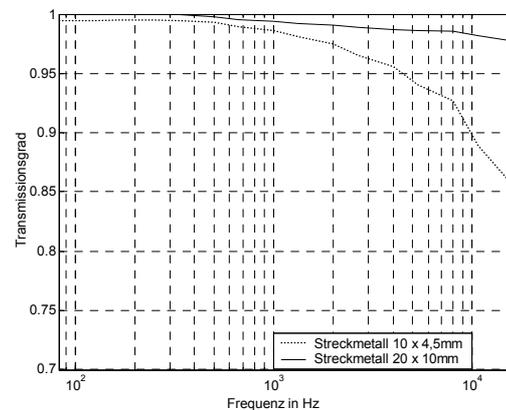


Abb. 6.14: 15° Einfallswinkel

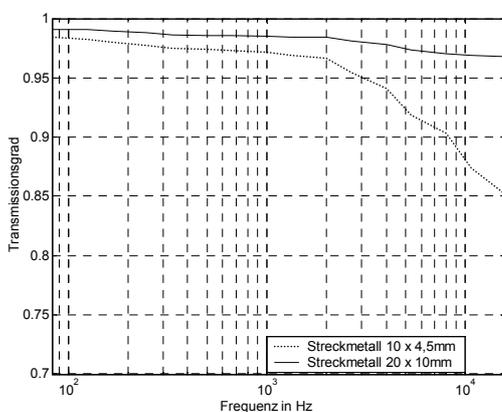


Abb. 6.15: 30° Einfallswinkel

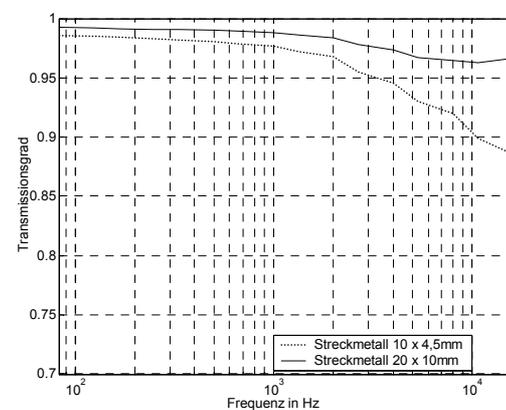


Abb. 6.16: 45° Einfallswinkel



Abb. 6.17: Streckmetall 10 x 4,5 mm unter 45° Einfallswinkel mit Lautsprecher Yamaha MSP 5



Abb. 6.18: Streckmetall 10 x 4,5 mm unter 0° Einfallswinkel mit Lautsprecher Yamaha MSP 5



Abb. 6.19: Schaumstoff 40 mm, 0° Einfallswinkel mit tropfenförmigem Lautsprecher

Aus Abb. 6.13 bis Abb. 6.16 lässt sich erkennen, dass der Transmissionsgrad von Streckmetallgittern, selbst wenn sie sehr feinmaschig sind, sehr groß ist. Erfolgt ein schräger Schalleinfall, so sinkt der Transmissionsgrad mit zunehmendem Einfallswinkel ein wenig. Diese Messung bestätigt auch die Messergebnisse nach der Einfügedämpfungsmethode, wo zu erkennen war, dass durch den hohen Transmissionsgrad des Streckmetallgitters auch dahinter befindliche absorbierende Materialien zur Wirkung kommen.

Die in die Berechnung eingehende Impulsantwortlänge beträgt ca. 7 ms. Berücksichtigt man die im Kapitel 5.2.4 behandelte Theorie der „aktiven Fläche“, so ergibt sich für den obigen Messaufbau bei einem Lautsprecherabstand von 150 cm und bei einem Einfallswinkel von  $0^\circ$ , ein Radius der aktiven kreisförmigen Fläche von 1,7 m. Das bedeutet, dass auch die um das Streckmetallgitter gebeugten Schallwellen innerhalb des Zeitfensters liegen. Geht man von der kleinsten Probenabmessung aus (diese entspricht dem Durchmesser der aktiven Fläche), so berechnet sich für den Radius ( $r_a$ ) von 0,5 m das zugehörige Zeitfenster zu 1,42 ms. Diese kurze Impulsantwort hat aber auch eine Reduktion der Frequenzauflösung auf ca. 700 Hz zur Folge. In der nachstehenden Abb. 6.20 sind die Transmissionsgrade für verschiedene Impulsantwortlängen ausgewiesen.

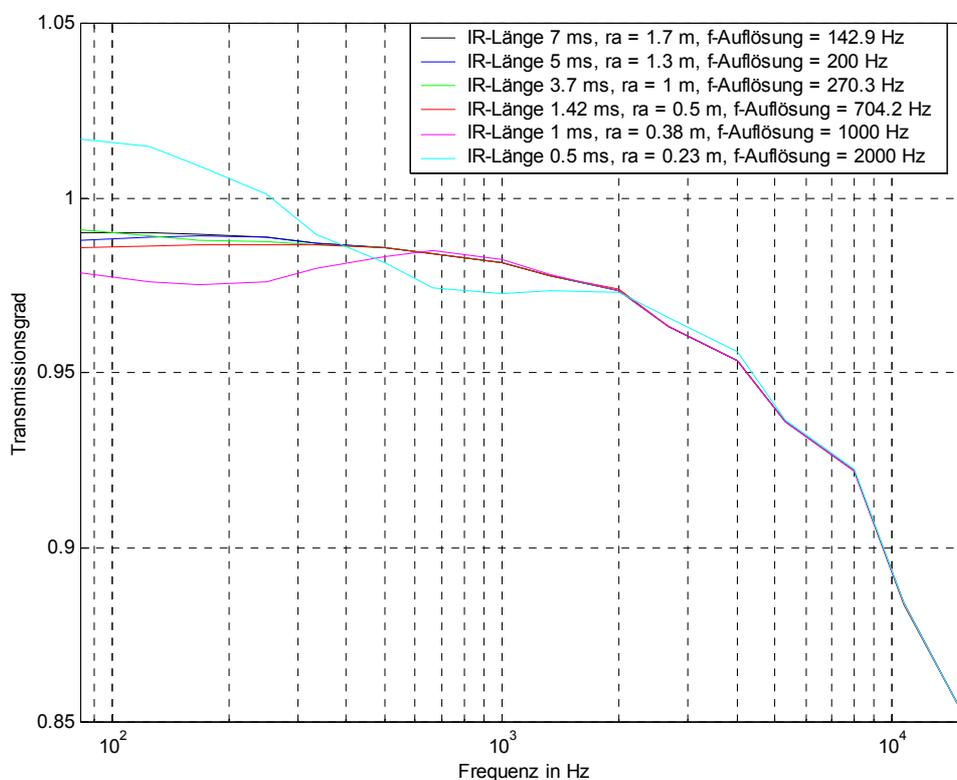


Abb. 6.20: Transmissionsgrad für verschiedene Impulsantwortlängen

Es zeigt sich, dass bei einer Reduktion der Impulsantwortlänge von 7 auf 1,42 ms der Transmissionskoeffizientenverlauf über 700 Hz gleich bleibt. Da das Mikrofon nur 10 cm von der Probenfläche entfernt ist, fallen die um das Streckmetallgitter gebeugten Schallwellen nicht ins Gewicht, wodurch auch eine Impulsantwortlänge von 7 ms keinen zu berücksichtigenden Fehler verursacht. In Abb. 6.17 und Abb. 6.18 ist auch noch ein zweites Mikrofon zu erkennen, das sich in einem etwas größeren Abstand (27 cm) zur Probenfläche befindet. Dieses dient lediglich als Vergleichsmessung, um festzustellen, inwiefern sich der berechnete Transmissionsgrad mit zunehmenden Abstand ändert.

### 6.2.2 Absorptionsgradmessung

Auf Grund des sehr hohen Transmissionsgrades des Streckmetallgitters wird zur besseren Veranschaulichung die Bestimmung des Absorptionsgrades nach der Transmissionsmethode mit einem anderen Probenmaterial durchgeführt. Es kommt ein Recycling-Verbundschaumstoff mit Spezialfliesabdeckung in verschiedenen Materialdicken zum Einsatz (siehe Abb. 6.19).

Kenndaten:

Format: 1000 x 2000 mm

Dicke: 20 bzw. 40 mm

Gewicht: 100 kg/m<sup>3</sup>

Im Datenblatt finden sich folgende Absorptionskoeffizienten, die nach der DIN 52212 (Hallraummethode) gemessen wurden.

Materialprobe	Absorptionskoeffizienten nach DIN 52212					
	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1000 Hz	2000 Hz	4000 Hz
Schaumstoff 20mm	0,09	0,38	0,71	1,03	1,05	0,81
Schaumstoff 40mm	0,19	0,79	1,14	1,11	0,91	0,85

Abb. 6.21 zeigt den Transmissionsgradverlauf von beiden Materialien der sich aus der Messung berechnet. Es ist ersichtlich, dass sich auf Grund der Probenabmessung eine untere Grenzfrequenz von ca. 600 Hz ergibt. Um zum Absorptionsgrad zu gelangen wird nun das Mikrofonsignal B entsprechend dem Auswerteablauf in Abb. 5.20 aufbereitet. Das nach der Lautsprecherentzerrung und Störungsbeseitigung erhaltene Signal ergibt in Kombination mit dem Transmissionsgrad gemäß Gleichung 5.54 den Absorptionskoeffizienten.

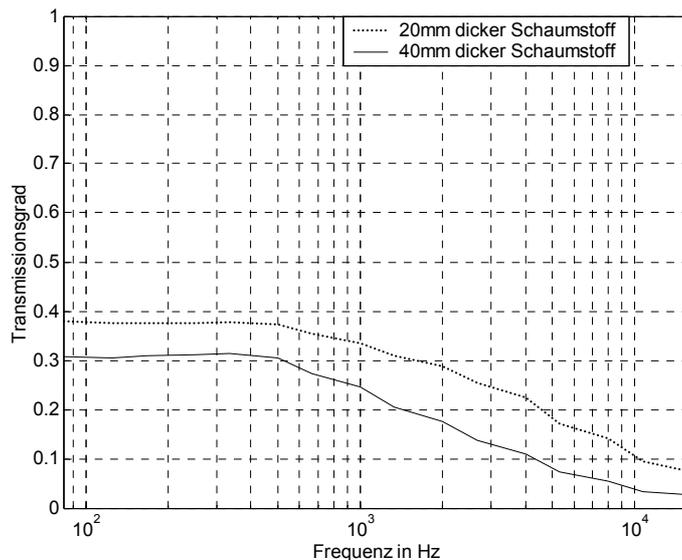


Abb. 6.21: Transmissionsgrad von 20 und 40 mm Schaumstoff

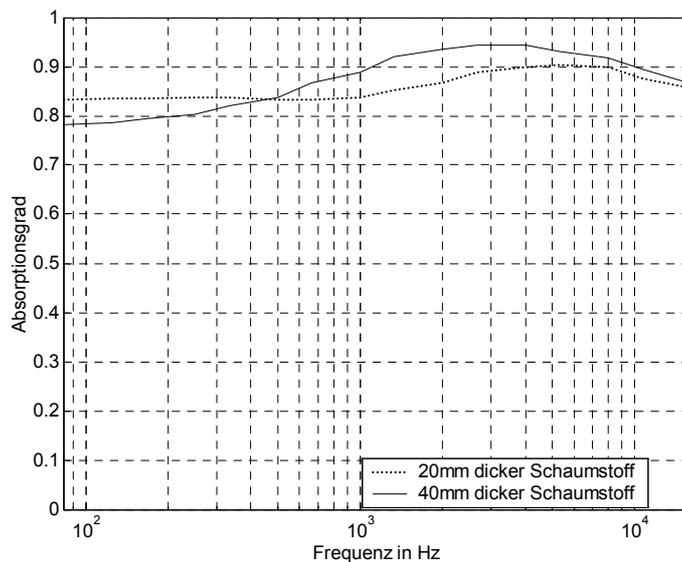


Abb. 6.22: Absorptionsgrad von 20 und 40 mm Schaumstoff

Der in Abb. 6.22 für beide Materialdicken dargestellte Absorptionsgrad ist etwas kleiner als der im Datenblatt ausgewiesene. Wie schon in Kapitel 5.1.4.2 erwähnt wurde haben Ringversuche der Hallraummethode Zweifel an der Genauigkeit dieser Messmethode aufkommen lassen, was sich auch in einem rein theoretisch nicht möglichen Absorptionsgrad, der größer als 1 ist, widerspiegelt.

### 6.3 Auswertung „in-situ“ durchgeführter Messungen nach der Einfügedämpfungsmethode

Die theoretische Behandlung dieser Messmethode findet sich im Kapitel 5.2.4. Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die bei der Einfügedämpfungsmethode notwendige Referenzmessung der Fläche ohne Materialprobe durch eine wellentheoretische Simulationsberechnung der schallharten Fläche ersetzt wird. Dadurch ist es möglich Materialien „in-situ“ zu messen und den Absorptionsgrad nach der Einfügedämpfungsmethode zu berechnen. Der Messaufbau ist in Abb. 5.8 dargestellt, wobei die  $0^\circ$  Einfallswinkelanordnung in dem nun folgenden Beispiel ausgewertet wird. Durch die Wahl eines Zeitfensters mit 5 ms, das die aktive Fläche auf einen Kreis mit dem Radius 1,5 m begrenzt, kann die in diesem Fall ungewünschte hochabsorbierende Umgebung ausgeblendet werden. In der nachstehenden Abb. 6.23 beträgt die untere Grenzfrequenz 200 Hz in Folge des 5 ms Zeitfensters. Des weiteren ist ab ca. 3000 Hz ein Ansteigen des Absorptionsgrades bei Streckmetall vor hartem Boden festzustellen (rote und dunkelblaue Kurve).

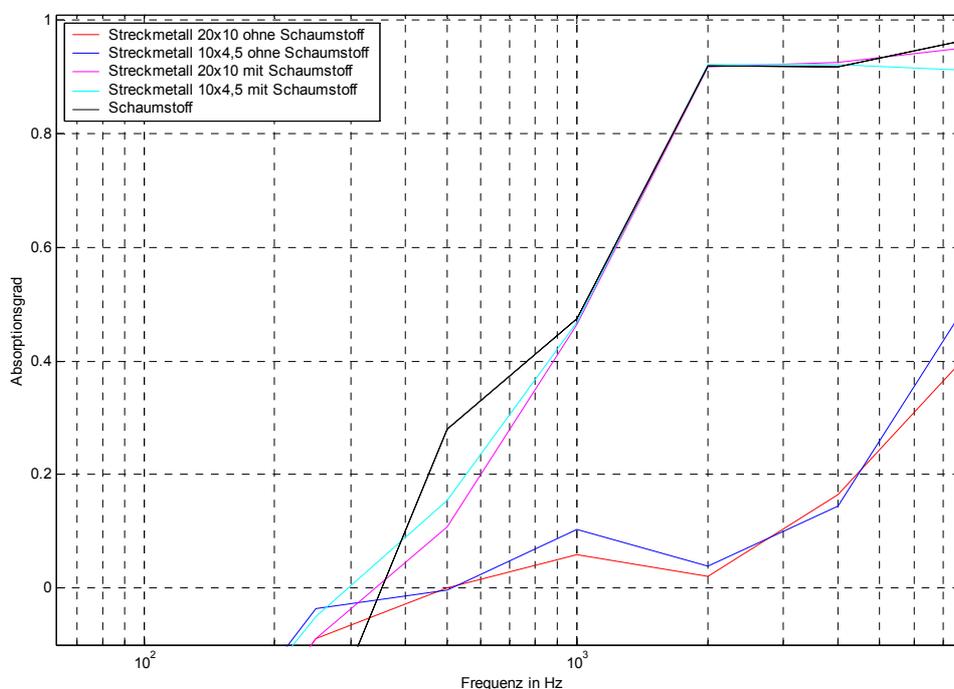


Abb. 6.23: Absorptionskoeffizientenverlauf im Oktavabstand bei  $0^\circ$  Einfallswinkel

Diese Eigenschaft korreliert nicht mit dem in Abb. 6.6 dargestellten Absorptionsverlauf und konnte bis jetzt noch nicht begründet werden. Auf Grund dieses Anstieges des Absorptionsgrades zu hohen Frequenzen hin zeigt sich auch der sinkende Transmissionsgrad von Streckmetall bei höheren Frequenzen (hellblaue und rosa Kurve) nicht so deutlich wie in Abb. 6.6. Der nach der Transmissionsgradmethode in Kapitel 6.2.2 erhaltene Absorptionsgrad von Schaumstoff, weist bei 1000 Hz noch eine Absorption von  $\alpha \approx 0,85$  auf. Dieser Wert lässt sich mit dieser Simulationsmethode sowie mit der Einfügedämpfungsmethode durch Vergleichsmessung nicht nachvollziehen.

## 6.4 Messkette

In diesem Kapitel erfolgt die genaue Auflistung der bei den Messungen verwendeten Geräte in der Reihenfolge des Signalflusses (siehe Abb. 5.5).

- 1.) Sony Laptop mit Audioanbindung über RME Hammerfall Multiface (24 Bit, 96 kHz)



Abb. 6.24: Audiointerface – RME Hammerfall Multiface

- 2.) Als elektroakustische Quellen kamen insgesamt 4 verschiedene Lautsprecher zum Einsatz.
  - a.) Yamaha MSP 5 (Abb. 6.25)- Abmessung (B x H x T): 169 x 279 x 222 cm
  - b.) tropfenförmiger Lautsprecher – Eigenbau (Abb. 6.26)  
Abmessung (B x H x T): 140 x 140 x 190 mm
  - c.) JBL 301 Sat (Abb. 6.27) - Abmessung (B x H x T): 80 x 110 x 90 mm
  - d.) rohrförmiger Lautsprecher - Eigenbau (Abb. 6.28)  
Abmessung (B x H x T): 90 x 90 x 320 mm

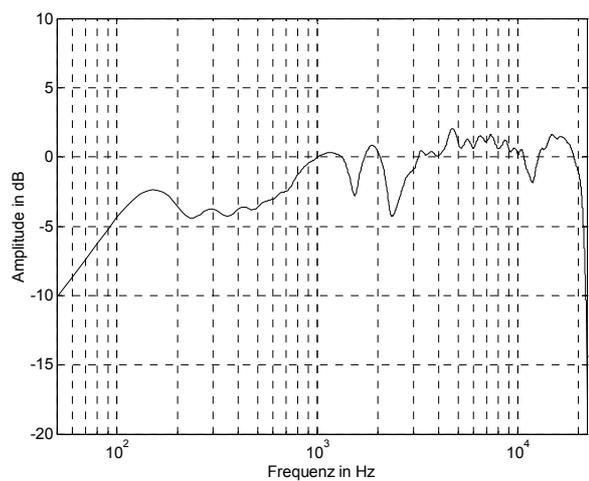
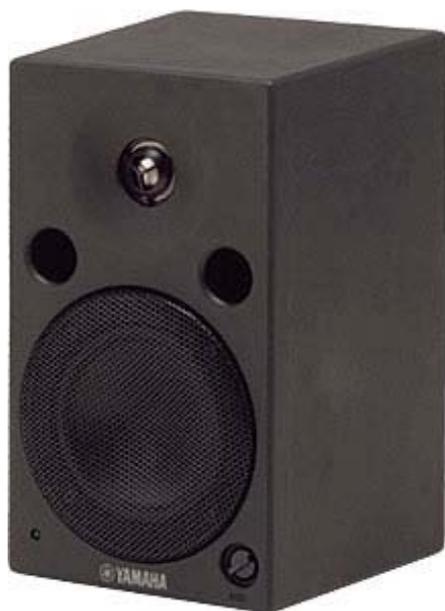


Abb. 6.25: Yamaha MSP 5

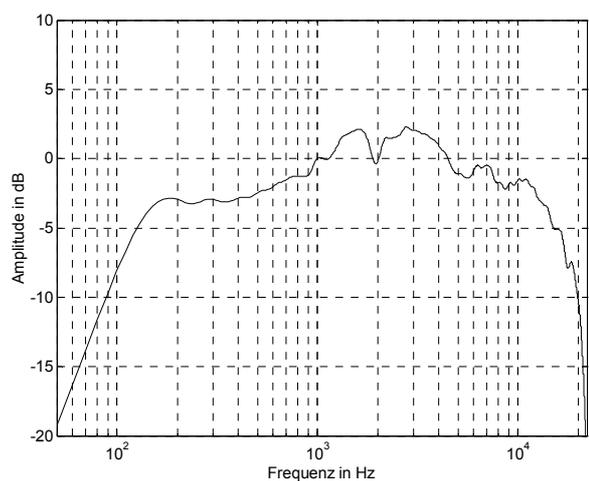


Abb. 6.26: Tropfenlautsprecher

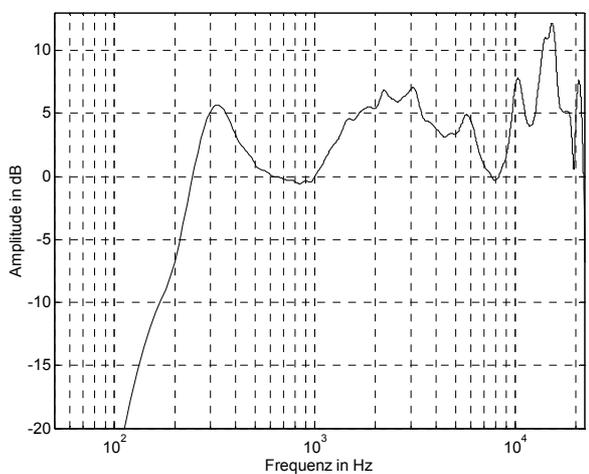


Abb. 6.27: JBL 301 Sat

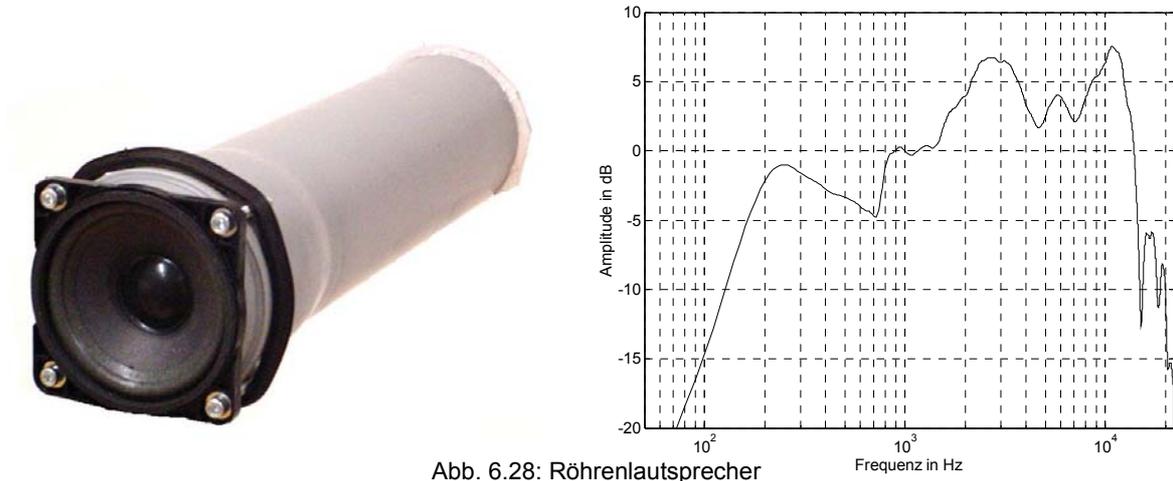


Abb. 6.28: Röhrenlautsprecher

3.) Die Mikrofoneinheit besteht aus:

a.)  $\frac{1}{2}$ " Freifeldmikrofon (G.R.A.S., Type 40AF)

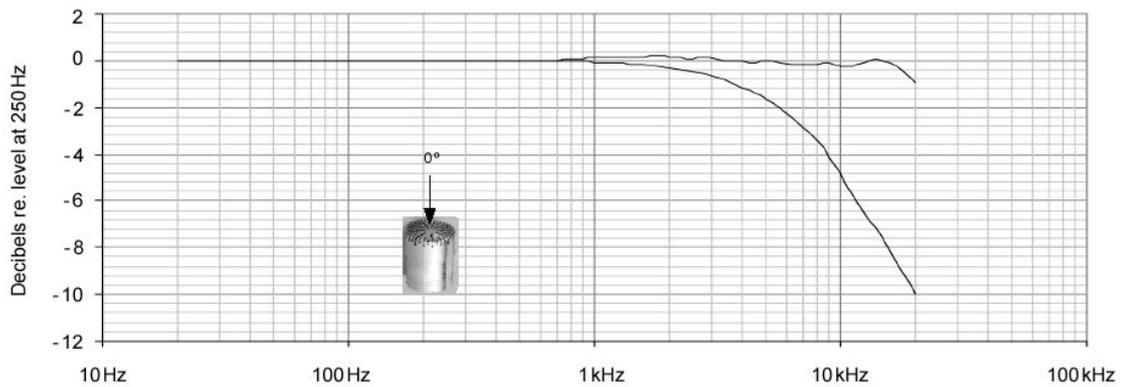


Abb. 6.29: Frequenzgang des Mikrofons 40AF,  
obere Kurve: Freifeldfrequenzgang bei 0°; untere Kurve: Druckverlauf

b.) Mikrofonvorverstärker (G.R.A.S., Type 26AK)

c.) Spannungsversorgung (G.R.A.S., Type 12AA)



Abb. 6.30: Spannungsversorgung – Type 12AA

## Literaturverzeichnis

[Berkhout, 1982]

Berkhout A. J.: "Seismic Migration Imaging of acoustic energy by wave field extrapolation. A: theoretical Aspects". Elsevier, Amsterdam, Niederlande, 1982.

[Berkhout, 1988]

Berkhout A. J.: "A Holographic Approach to Acoustic Control". J. Audio eng. Soc., Vol. 36, No. 12, p. 977, 1988.

[Berkhout, 1993]

Berkhout A. J., de Vries D. und Vogel P.: "Acoustic control by wave field synthesis". J. Acoust. Soc. Am., Vol. 93 No. 5. p.2764, 1993.

[Cremer, 1978]

Cremer L. und Müller H. A.: „Die wissenschaftliche Grundlagen der Raumakustik – Band 1“. Berlin, München 1978

[Cremer, 1985]

Cremer L. und Hubert M.: „Vorlesung über technische Akustik – 3. Auflage“. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985

[Farina, 2000]

Farina A.: „Simultaneous measurements of impulse response and distortion with a swept.sine technique“. presented at the 108th Convention of the Audio Engineering Society, J. Audio Eng. Soc. (Abstracts), vol. 48, p. 350, April 2000

[Kimura, 2001]

Kimura K. and Yamamoto K.: „A method for measuring oblique incidence absorption coefficient of absorptive panels by stretched pulse technique“. Applied Acoustics, vol. 62, p.617-632, 2001

[Kimura, 2002]

Kimura K. and Yamamoto K.: “The required sample size in measuring oblique incidence absorption coefficient – Experimental study”. Applied Acoustics, Vol. 63, p.567-578, 2002.

[Mommertz, 1995]

Mommertz E.: “Angle-Dependent In-situ Measurements of Reflection Coefficients Using a Subtraction Technique”. Applied Acoustics, Vol. 46, p.251-263, 1995.

[Müller, 2001]

Müller S. and Massarani P.: “Transfer-Function Measurement with Sweeps”. J. Audio Eng. Soc., Vol. 49, No. 6, p.443-471, Juni 2001.

[Niedrist, 1993]

Niedrist, G.: “Echo Suppression for Loudspeaker-Mikrophone Systems Measurements”. J. Audio Eng. Soc., Vol. 41, p.143-153, No. 3, März 1993.

[Prometall]

[www.prometall.at/strecknormen.htm](http://www.prometall.at/strecknormen.htm), “Allgemeine Begriffe über Streckmetall”.

[Puckette]

Puckette M., pd (pure data), open source real time computer music software, [http://cra.ucsd.edu/~msp/Pd\\_documentation/](http://cra.ucsd.edu/~msp/Pd_documentation/)

[Salamouris, 1992]

Salamouris S. I.: "A Method for Extending the Measured Response of a Loudspeaker towards the Low Frequencies, with the use of Cepstral Analysis". Presented at the 92<sup>nd</sup> Convention of the Audio Engineering Society, J. Audio eng. Soc., preprint 3233, März 1992

[Sorst]

[www.sorst.de](http://www.sorst.de), "Die Herstellung von Streckgitter".

[Stan, 2002]

Stan G. B., Embrechts J. J. and Archambeau D.: „Comparison of Different Impulse Response Measurements Techniques“. J. Audio. Eng. Soc., vol. 50, No. 4, April 2002

[Verheijen, 1998]

Verheijen E.: "Sound Reproduction by Wave Field Synthesis". Thesis, TU-Delft, Niederlande 1998

[Vogel, 1993]

Vogel P.: „Application of Wave Field Synthesis in Room Acoustics“. Thesis, TU-Delft, Niederlande, 1993

[Wilms, 1991]

Wilms U. und Heinz R.: „In-situ Messung komplexer Reflexionsfaktoren von Wandflächen“. Acoustica, Vol. 75, p.28-39, 1991