

MIMO-Rekursivfilter für Kugelarrays

Master Arbeit

von

Stefan Lösler

Graz 2014

Institut für Elektronische Musik und Akustik
Universität für Musik und darstellende Kunst Graz

Technische Universität Graz

Prüfer: O.Univ.Prof.Mag.art.DI Dr.techn.Robert Höldrich
Betreuer: DI Dr.Franz Zotter

Kurzfassung

Die Arbeit beschäftigt sich mit dem Entwurf effizienter, rekursiver MIMO-Filter, um mehrkanalige kugelförmige Arrays zu entzerren und radial scharf zu stellen. Solche MIMO-Systeme sind im wesentlichen eine Filtermatrix. Die FFT bietet bereits eine einfache Entzerrungsmethode für Steuerungssysteme, welche eine Filtermatrix enthalten. Diese liefern jedoch bei genauer Entzerrung komplizierter Mehrkanalsystemfrequenzgänge eine schlechte Frequenzauflösung bei tiefen Frequenzen und eine zeitliche Verschiebung. Im Rahmen dieser Arbeit soll eine effizientere Realisierung mit Hilfe von parallelen Filtern gefunden werden. Parallelfiler benutzen eine einfache, parallele IIR-Filterstruktur, deren Frequenzauflösung sehr leicht gesteuert werden kann und deren Rechenaufwand stets überschaubar bleibt. Des Weiteren befasst sich die Arbeit mit Rekursivfiltern für das radiale Scharfstellen in der Ambisonics-Domäne. Diese Scharfstellfilter müssen mit Hochpässen in ihrer Dynamik beschränkt werden, da diese Filter eine hohe Verstärkung hin zu tiefen Frequenzen aufweisen. Zusätzlich wird durch eine Aufteilung in getrennt gewichtete Bänder eine verschiedenartige Frequenzganganpassung (Diffusfeld-, Freifeldentzerrung) und Nebeneckenunterdrückung erreicht.

Abstract

This work deals with the design of efficient, recursive MIMO-filters, for the equalization and radial steering of multichannel spherical arrays. Such MIMO-systems are basically a filter matrix. FFT already provides an easy method to equalize control systems, which include a filter matrix. But the FFT approach delivers a slight resolution at low frequencies and has also a temporal shift. The goal of this work is to find an efficient implementation with parallel filters. These filters are using a simple parallel IIR filter structure. Their frequency resolution can easily be adjusted and the computational power is always in fixed boundaries. Furthermore, this work deals with recursive filters for radial steering in the Ambisonics-domain. These radial steering filters need to be limited in their dynamics with high-pass filters. This is necessary due to the high amplification of these filters at low frequencies. Additionally the frequency response is adjusted to different types of soundfields and the side lobes are suppressed by a separated weighting of the filter bands.

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst, andere als die angegebenen Quellen/Hilfsmittel nicht benutzt, und die den benutzten Quellen wörtlich und inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Graz, am

.....

(Unterschrift)

Danksagung

Ich möchte mich bei Franz Zotter für die tolle Betreuung meiner Arbeit bedanken, und auch beim gesamten Team des IEM.

Des Weiteren möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, welche mich das Studium hindurch unterstützt hat. Danke Linda.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Filter für ambisonische Wiedergabe und Aufnahme mit kugelförmigen Anordnungen	5
3	Kugellautsprecher und kugelförmige Mikrophanordnung	8
3.1	Ikosaederlautsprecher	8
3.2	Eigenmike	10
4	Entzerrung eines MIMO-System	11
4.1	Parallele Filterbank für einen Kanal	11
4.1.1	Parameter der Filters	14
4.1.2	Optimieren der Parameter	15
4.2	Parallele Filterbank für ein MIMO-System	18
4.2.1	Entzerrung eines MIMO-Lautsprechersystems	19
4.2.2	Struktur der Filterbank	20
4.2.3	Entzerrung durch einen MIMO-Filter vor dem System	23
4.2.4	Entzerrung durch einen MIMO-Filter nach dem System	25
4.2.5	Nachbildung eines Systems durch einen MIMO-Filter	26
4.2.6	Optimierung der MIMO-Filterparameter für die drei Anwendungen	28
4.2.7	Einstellen der Polstellenanzahl	29
4.3	FFT-Filterbank	32
4.3.1	Leistungsvergleich von paralleler Filterbank und FFT-Filterbank	32
4.4	Implementierung der Entzerrungsfilterbank in PureData	37
5	Radiale Filter in der Ambisonics-Domäne	41
5.1	Schallfeldverteilung auf einer Kugeloberfläche	42

5.1.1	Radialfilter für kugelförmige Lautsprecher- und Mikrophananordnungen	45
5.1.2	Radiale Schnelle auf einer Kugelkappe	48
5.2	Ambisonics-Kodierer	50
5.3	Ambisonics-Dekoder	51
5.4	Radialfilter	52
5.4.1	Radialfilter für eine kugelförmige Mikrophananordnung mit fester Oberfläche	52
5.4.2	Radialfilter für eine kugelförmige Lautsprecheranordnung mit fester Oberfläche	54
5.4.3	Allgemeine Radialfilter	56
5.4.4	Implementierung der Radialfilter	58
5.5	Dynamische Begrenzung der Radialfilter durch eine Bandpassfilterbank	59
5.5.1	Die Bandpassfilterbank	60
5.5.2	Struktur der Bandpassfilterbank	62
5.5.3	Butterworth-Filter	63
5.5.4	Linkwitz-Riley-Filter	67
5.5.5	Phasenabgleich mit Allpässen	68
5.5.6	Gewichtung der Bandpasskanäle	69
5.5.7	Kombination von Linkwitz-Riley-Filtern und Radialfiltern . .	72
5.5.8	Funktion der Bandpassfilterbank	73
5.5.9	Implementierung der Bandpassfilterbank in PureData	74
6	Zusammenfassung	77
6.1	Ausblick	78
A	Frequenzgang aller 20 Eingangskanäle der parallelen Filterbank	79
B	Vergleich verschiedener Anzahl von Polstellen und FFT-Längen	90
B.1	Fehler und Übersprechdämpfung für verschiedene FFT-Längen	90
B.2	Fehler und Übersprechdämpfung für verschiedene Anzahl an Polstellen	95
	Bibliography	99

Kapitel 1

Einleitung

Durch die Erforschung neuer Aufnahme- und Wiedergabeverfahren kann ein Schallfeld an einem Ort mit räumlich begrenzter Ausdehnung in allen Raumrichtungen aufgenommen und später wiedergegeben werden. Dies eröffnet neue Möglichkeiten, klangliche Ereignisse aufzunehmen und wiederzugeben. Des Weiteren ermöglichen die für die Wiedergabe verwendeten, kugelförmigen Lautsprecheranordnungen neue kompositorische Möglichkeiten.

Die Aufnahme des Schallfeldes erfolgt mittels eines kugelförmigen Mikrofonarrays. Hierbei nehmen die Mikrophone, abhängig von der Größe des Arrays, das Schallfeld entweder innerhalb oder außerhalb auf. Durch die Abtastung des Schallfeldes auf einer Kugeloberfläche kann dieses in sogenannte Kugelflächenfunktionen zerlegt werden. Solch eine Art der Zerlegung ermöglicht eine universelle Wiedergabe der Aufnahme, was bedeutet, dass die Wiedergabe auf einer kugelförmigen Lautsprecheranordnung unabhängig von der Aufnahme ist. Diese Lautsprecheranordnung gibt das Schallfeld entweder von außen nach innen, oder von innen nach außen wieder. Eine Schallfeldkodierung wie diese wird Ambisonics genannt.

Diese Arbeit beschäftigt sich zum einen mit einer Lautsprecheranordnung, bei welcher die einzelnen Lautsprecherchassis in einem gemeinsamen Gehäuse sitzen und so das Schallfeld von innen nach außen wiedergeben. Weil zudem radiale Scharfstellung erforderlich ist, die auch bei kugelförmigen Mikrofonarrays auftritt, beschäftigt sich die Arbeit auch mit sphärischen Mikrofonarrays. Bei diesen sind die einzelnen Mikrofonkapseln auch auf einer festen Kugeloberfläche angebracht und nehmen so das Schallfeld an einem Radius von außen auf. Im speziellen geht es um die Entzerrung der Systeme und um das radiale Scharfstellen des Schallfeldes auf einen bestimmten Wiedergabe- bzw. Aufnahmeradius.

Die Entzerrung eines kugelförmigen Lautsprecherarrays ist notwendig, da sich die

Lautsprechermembranen nicht so bewegen, wie sie elektronisch angesteuert werden. Oft teilen sich die Lautsprecherchassis ein gemeinsames Gehäuse und somit ein Volumen. Dies hat den Vorteil, dass jedes einzelne Lautsprecherchassis, bei nicht gleichphasiger Ansteuerung, ein größeres Volumen zur Verfügung hat und so die Federdämpfung im Gesamtsystem aus Chassis und Gehäuse geringer ist als in einem abgetrennten, kleineren Volumen. Das größere Volumen ermöglicht so eine bessere Wiedergabe der tiefen Frequenzen, da im Feder-Masse-System die Federsteifigkeit reduziert wird. Der Nachteil hierbei ist das sogenannte Übersprechen zwischen den Bewegungen der Lautsprechermembranen. Dies entsteht, sobald sich die im Inneren durch eine aktiv bewegte Lautsprechermembran entstandene Kompression über passiv mitbewegte Lautsprechermembranen ausgleichen kann. Die Bewegung wird so an alle anderen Lautsprechermembranen übertragen, da die Lautsprechermembranen akustisch miteinander gekoppelt sind. Wie sehr die Luft im Inneren komprimiert wird, ist frequenzabhängig. Da die Wiedergabe von tiefen Frequenzen stärkere Kompression erzeugt als die von hohen Frequenzen, tritt das Übersprechen im Inneren des Lautsprechergehäuses hauptsächlich bei tiefen Frequenzen auf.

Eine akustische Kopplung existiert auch über das nach außen abgestrahlte Schallfeld. Die abgestrahlten Schallwellen einer Lautsprechermembran treffen von außen auf die anderen Lautsprechermembranen. Diese Kopplung ist umso stärker, je weniger die Schallwelle gebündelt ist. Aus diesem Grund tritt auch diese Art des Übersprechens besonders bei tiefen Frequenzen auf, wo Beugung zu ungebundelter Ausstrahlung führt. Es ist jedoch aufgrund der geringeren Strahlungsimpedanz ins Freie deutlich schwächer ausgeprägt als das Übersprechen durch das Innenvolumen.

Das Übersprechen führt dazu, dass die Bewegung einer Lautsprechermembran nicht dem Signal der elektrischen Ansteuerung entspricht. Die Bewegung jeder Lautsprechermembran spiegelt so eine Zusammensetzung aller elektrischen Ansteuerungssignale wieder.

Eine Lösung, um diese Art von Verzerrungen zu verhindern, ist eine individuelle Filterung der Ansteuersignale jedes Chassis. Dies geschieht mittels eines MIMO (Multiple Input Multiple Output) Filters. Die Anzahl der Eingänge S dieses Filters entspricht der Anzahl an Lautsprecherchassis, welche innerhalb der mehrkanaligen Lautsprecheranordnung Signale wiedergeben sollen. Die Anzahl an Ausgängen E entspricht der Anzahl aller eingebauten Lautsprecherchassis, da der Filter ungewollte Schwingungen aller Lautsprecherchassis unterdrückt.

Um nun das ungewollte Schwingen einer Lautsprechermembran zu verhindern, wird diese mit einem Signal angesteuert, welches der Anregung durch die akustische Kopp-

lung entspricht und gegenüber dieser in der Phase invertiert ist. So gleichen sich im Idealfall beide Anregungen an der Lautsprechermembran aus.

Im Normalfall entspricht die Anzahl der Eingänge des Filters der Anzahl der Lautsprecherchassis. Jedes Lautsprecherchassis erhält ein eigenes Signal zur Wiedergabe und soll gleichzeitig die Anregungen durch das Übersprechen der restlichen Chassis ausgleichen. Dies ist, wie später gezeigt wird, nur bis zu einem gewissen Grad möglich. Gründe hierfür sind zum einen die Genauigkeit des Filters, welche von dem verwendeten Filterverfahren und der Rechenleistung abhängig sind. In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, dass lineare MIMO-Entzerrung ausreicht, und nichtlineare Verzerrungen vermieden werden können.

Ein weiterer Faktor, welcher die korrekte akustische Wiedergabe eines Signals beeinflusst, ist der individuelle Frequenzgang eines jeden Lautsprecherchassis. In der Theorie werden idealerweise von einem Lautsprecherchassis im eingebauten Zustand alle Frequenzen zum selben Zeitpunkt gleich laut wiedergegeben. In Abb.(3.1) ist ein Frequenzgang, mit einer 1/6 Oktav-Glättung, eines Mittel-Tieftonchassis eingebaut in das geschlossenen Gehäuse einer kugelförmigen Lautsprecheranordnung zu sehen. Dieser Frequenzgang weist starke Schwankungen auf und zeigt zudem, dass das gemessene Lautsprecherchassis, bedingt durch seine Bauform, Frequenzen bis maximal 5 kHz wiedergeben kann. Mit Hilfe eines Filters kann dieser Frequenzgang entzerrt werden. Wichtig hierbei ist, dass die Kombination aus Filter und System eine lineare Phase hat, um die Impulstreue der Wiedergabe nicht zu verfälschen.

Die Aufgabe des MIMO-Filter ist nun, beide Faktoren welche Verzerrungen hervorrufen auszugleichen. Grundlage hierfür ist eine genaue Beschreibung des zu entzerrenden Systems.

Da es bei einem kugelförmigen Mikrofonarray nicht zum Übersprechen zwischen den einzelnen Mikrofonkapseln kommt, benötigt es nur eine Entzerrung der Kapsel-frequenzgänge. Dies wird durch SISO (Single Input Single Output) Filter realisiert. Um nun das Schallfeld auf einen bestimmten Radius scharf zu stellen, sei es bei der Aufnahme durch ein kugelförmiges Mikrofonarray oder bei der Wiedergabe durch eine kugelförmige Lautsprecheranordnung, werden Radialfilter benötigt. Diese gewichten die Kugelflächenfunktion entsprechend dem gewählten Radius. In beiden Fällen weisen die Radialfilter, besonders in den hohen Ordnungen, eine große Dynamik bei tiefen Frequenzen auf. Diese Verstärkung muss ab einer bestimmten Schwelle limitiert werden, um der begrenzt verfügbaren Wandler- und Berechnungsdynamik zu entspre-

chen. Andernfalls würde die Dynamik, welche für das Signal zur Verfügung steht, zu sehr eingeschränkt.

Insbesondere tritt die Notwendigkeit bei der Implementierung der Radialfilter auf, da diese eine mehrfache Polstelle nahe am Einheitskreis im Bereich von 0 Hz besitzen. Dies kann, wegen der begrenzten Dynamik, zur Instabilität des Filters führen.

Diese Arbeit beschäftigt sich zum einen mit dem Entwurf eines optimierten MIMO-Filters zur Entzerrung von kugelförmigen Lautsprecheranordnungen und zum anderen mit dem Entwurf eines optimierten, in der Dynamik begrenzten Radialfilters. Beide Filter wurden in PureData implementiert und können so in Echtzeit angewendet werden.

Im Folgenden wird im zweiten Kapitel eine Übersicht über die Verwendung der beiden Filter gegeben. Im Anschluss folgt im dritten Kapitel der Entwurf des MIMO-Entzerrungsfilters. Dieser basiert auf einer parallelen Filterbank. Dies wird zunächst für ein einkanaliges System beschrieben und anschließend zur Entzerrung eines MIMO-Systems erweitert. Am Ende des dritten Kapitels wird der entworfene parallele MIMO-Entzerrungsfilters mit einer FFT-Filterbank verglichen, gefolgt von der Beschreibung der Implementierung in PureData. Zu Beginn des vierten Kapitels wird kompakt die Ambisonics-Theorie beschrieben gefolgt vom Aufbau des optimierten Radialfilter. Hierbei wird zunächst die Approximierung der Radialfilter im Fernfeld beschrieben, gefolgt von der Begrenzung der Dynamik durch eine Bandpassfilterbank. Diese ermöglicht zusätzlich, durch die Gewichtung der Bänder, eine Anpassung an das entsprechende Schallfeld, sowie eine Unterdrückung der Nebenkeulen. Der letzte Teil bildet auch hier die Implementierung in PureData, um den Filter in Echtzeit verwenden zu können.

Kapitel 2

Filter für ambisonische Wiedergabe und Aufnahme mit kugelförmigen Anordnungen

Mit Ambisonic kann ein Schallfeld aufgenommen und reproduziert werden [Wil99] [Zot09]. Um dies in der Praxis umzusetzen, werden kugelförmige Mikrophon- bzw. Lautsprecheranordnungen benötigt. Eine hiervon ist der Ikosaederlautsprecher, welcher genauer im nächsten Kapitel beschrieben wird.

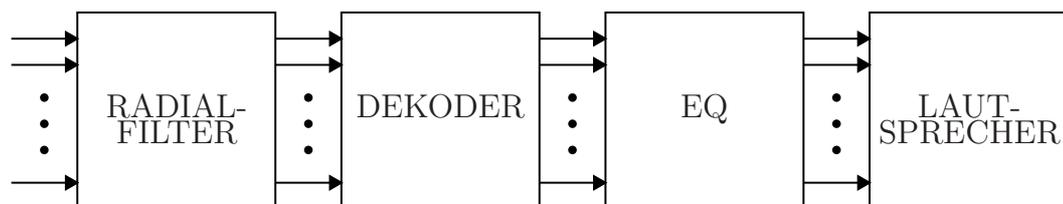


Abbildung 2.1: Filterkette für die ambisonische Wiedergabe auf einer kugelförmigen Lautsprecheranordnung

Um dies auf einer kugelförmigen Lautsprecheranordnung zu realisieren, benötigt es eine Signalkette, welche in Abb.(2.1) dargestellt ist. Diese Blöcke der Signalkette sind für die Wiedergabe auf jeder Lautsprecheranordnung gleich, jedoch sind die verwendeten Parameter stets individuell.

Der erste Block der Signalkette, der Radialfilter, ist dafür zuständig, dass das ausgestrahlte Schallfeld an einem eingestellten Wiedergaberadius scharfgestellt wird. Die Parameter des Radialfilters sind neben dem Wiedergaberadius auch von der Größe des



Abbildung 2.2: Kugelförmige Lautsprecheranordnung, Ikosaederlautsprecher. Messung der Impulsantwort eines Lautsprecherchassis mittels Laservibrometer [Zot09].

kugelförmigen Lautsprecherarrays abhängig. Der zweite Filter, der Dekoder, transformiert die Eingangssignale aus der Ambisonics-Domäne in Ansteuerungssignale für jedes Lautsprecherchassis. Der Entzerrungsfilter, der dritte Block, gleicht das Übersprechen zwischen den Bewegungen der Lautsprechermembranen aus und kompensiert ihren Frequenzgang. Das MIMO-System zur Entzerrung, welches in dieser Arbeit entworfen wird, besteht aus Parallelfiltern.

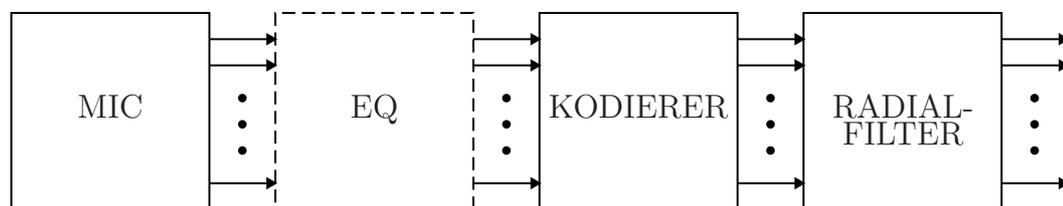


Abbildung 2.3: Filterkette für die ambisonische Aufnahme durch ein kugelförmiges Mikrofonarray

Um das Schallfeld aufzunehmen, wird eine Signalkette aus ähnlich aufgebauten Signalblöcken, wie in Abb.(2.3) ersichtlich, verwendet. Hier ist das Ziel, das Schallfeld



Abbildung 2.4: Kugelförmiges Mikrofonarray, Eigenmike.

mit Hilfe eines kugelförmigen Mikrofonarrays, wie es in Abb.(2.4) dargestellt ist, abzutasten. Da es in diesem Fall kein Übersprechen zwischen den Kanälen gibt, wird in jedem Kanal des EQ-Blocks ein paralleler SISO-Filter verwendet, welcher auch im Weiteren beschrieben wird. Nach der Korrektur der Frequenzgänge der einzelnen Mikrofonkapseln werden die Signale durch den Kodierer in die Ambisonics-Domäne transformiert. Im letzten Schritt kann mit Hilfe des Radialfilters auf einen Radius fokussiert werden, der zwischen der aufgenommenen Schallquelle und dem Mikrofonarray liegt.

Kapitel 3

Kugellautsprecher und kugelförmige Mikrofonanordnung

3.1 Ikosaederlautsprecher

Der Ikosaederlautsprecher ist eine kompakte kugelförmige Lautsprecheranordnung, welche auf jeder der 20 Flächen eines Ikosaeders ein Lautsprecherchassis besitzt. Diese sind normal zur Oberfläche montiert und können einzeln angesteuert werden. Abb.(2.2) zeigt die verwendete Lautsprecheranordnung. Sie hat einen Durchmesser von 60 cm und besitzt 20 Chassis mit einem Durchmesser von 16,5 cm. Bauartbedingt fällt der Frequenzgang der einzelnen Chassis, wie Abb.(3.1) zeigt, zu hohen Frequenzen hin ab. Alle 20 Chassis teilen sich ein Volumen im Gehäuse. Hierdurch entsteht eine akustische Kopplung, sodass sich die einzelnen Lautsprechermembranen durch ihre Auslenkung gegenseitig beeinflussen.

Der Ikosaederlautsprecher wurde gebaut, um durch akustische Holographie ein Schallfeld auf einer Kugeloberfläche um den Lautsprecher herum zu reproduzieren [FZH07]. Dies geschieht durch die Wiedergabe mit Ambisonics [Zot09]. Hierzu werden die Kugelflächenfunktionen an den Positionen der einzelnen Lautsprecherchassis ausgewertet. Das gleichmäßige Design eines platonischen Körpers, wie das des Ikosaeders, vereinfacht die Berechnungen des Dekoders und ist daher besonders gut für die Wiedergabe von Ambisonics-Signalen geeignet.

Diese Art der Wiedergabe macht es möglich, Schallquellen zu reproduzieren und gerichtet in unterschiedliche Raumrichtungen abzustrahlen. Diesem Gedanken folgend, soll es z.B. möglich sein das komplexe Abstrahlverhalten eines Musikinstruments in al-

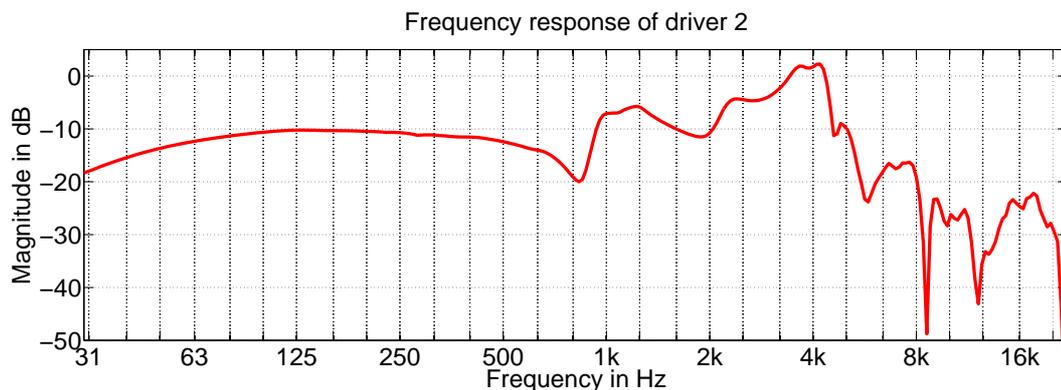


Abbildung 3.1: Frequenzgang eines einzelnen Chassis eingebaut im Ikosaederlautsprecher.

le Raumrichtungen zu reproduzieren. Dies ist bedingt durch den Durchmesser der gegebenen Lautsprecheranordnung nur bis zu einer oberen Grenzfrequenz von ca. 600 Hz möglich und durch die limitierte Anzahl an Lautsprecherchassis auf eine Auflösung der Ordnung $N = 3$ begrenzt.

Die Erfahrung jedoch hat gezeigt, dass die Wiedergabe von musikalischem Material sogar bis in den Frequenzbereich von ca. 4 kHz praktisch noch sinnvoll ist, selbst wenn in diesem Frequenzbereich bereits räumliches Aliasing entsteht. Aus diesem Grund wird für den Entzerrungsfilter ein Bandpass mit den Grenzfrequenzen 40 Hz und 4 kHz als Zielfrequenzgang vorgegeben. Der Entzerrungsfilter hat die Aufgabe, den Frequenzgang jedes einzelnen Chassis an den Zielfrequenzgang anzupassen und das Übersprechen zwischen den Lautsprecherchassis zu unterdrücken.

Bisher wurde diese Entzerrung mittels schneller Faltung (FFT) durchgeführt [CJ07] [OSB04]. Der Nachteil dieses Verfahrens ist die geringe Frequenzauflösung bei tiefen Frequenzen und die entstehende Verzögerung. Beim Entwurf von Filtern, die in Echtzeit Audiosignale verarbeiten, ist Impulstreue ein wichtiges Qualitätskriterium, welches bei einer großen FFT-Blocklänge nicht immer gegeben ist.

Die in dieser Arbeit verwendeten Parallelfilter basieren auf einer Bandpassfilterbank, deren einzelne Kanäle gewichtet und aufaddiert werden. Jeder Eingangskanal wird in Bänder aufgeteilt. Jeder dieser Bandpasskanäle geht an alle Ausgangskanäle und wird jeweils unterschiedlich gewichtet. Diese Struktur ermöglicht es, das MIMO-System des Ikosaederlautsprechers zu entzerren.

Grundlage sind die Impulsantworten jeder Lautsprechermembran. Im Falle des Ikosaederlautsprechers werden an jeder Lautsprechermembran 20 Impulsantworten gemessen.

sen. Eine der Impulsantworten repräsentiert das Lautsprecherchassis wenn es direkt angesteuert wird. Die anderen 19 Impulsantworten zeigen das Verhalten des Lautsprecherchassis, wenn durch Ansteuerung anderer Lautsprecher passive Anregung am gemessenen Lautsprecherchassis auftritt.

Die Impulsantworten zeigen den direkten Schnelleverlauf der Membran des Lautsprecherchassis. Dieser wird mit Hilfe eines Laservibrometers, wie in Abb.(2.2) zu sehen ist, gemessen.

3.2 Eigenmike

Als Beispiel für ein kugelförmiges Mikrophonarray wird hier das Eigenmike vorgestellt. Dieses besteht aus 32 Mikrofonkapseln mit Kugelcharakteristik, siehe Abb.(2.4). Diese sind auf einer festen Kugeloberfläche mit einem Radius von 4.2 cm gleichmäßig nach dem Muster eines abgeschnittenen Ikosaeders angeordnet. Beim Eigenmike sind die Vorverstärker im Gehäuse eingebaut, alle 32 Kanäle werden über eine CAT6 Leitung zu einem eigenen Wandler übertragen. Die Frequenzgänge der einzelnen Mikrofonkapseln weisen eine hohe Linearität auf. Jedoch besteht auch die Möglichkeit für ein optimales Ergebnis den Frequenzgang eines jeden Kanals mit Hilfe eines parallelen SISO-Filters zu entzerren. Aus den 32 Kanälen des Eigenmikes lässt sich durch Matrizierung ein Ambisonics-Signal vierter Ordnung berechnen. Dies geschieht im Kodierer und wird später genauer erläutert.

Kapitel 4

Entzerrung eines MIMO-System

4.1 Parallele Filterbank für einen Kanal

Die Grundlage für die Entzerrung eines MIMO-Systems mittels einer Parallelfilterbank ist das Nachbilden des Frequenzgangs und in weiterer Folge das Entzerren eines einzelnen Kanals. Im Folgenden wird gezeigt, wie dies durch eine Parallelfilterbank realisiert werden kann.

Die Übertragungsfunktion eines Systems der Form

$$H(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}$$

kann in folgende Form zerlegt werden [OSB04]

$$H(z^{-1}) = \sum_{k=1}^K \frac{a_k}{1 - p_k z^{-1}} + \sum_{i=0}^I d_i z^{-i}. \quad (4.1)$$

Im Falle, dass $B(z^{-1})$ und $A(z^{-1})$ die selbe Ordnung besitzen wird, die zweite Summe in (4.1) zu einem konstanten Faktor d_0 . Um die erste Summe einfacher implementieren zu können, werden die komplex konjugierten Polpaare zu einem gemeinsamen Nenner zusammen gefasst. So ergibt sich der Bandpassteil des parallelen Filters zu

$$H_{filt_{BP}}(z^{-1}) = \sum_{b=1}^B \frac{c_{b,0} + c_{b,1} z^{-1}}{1 + p_{b,1} z^{-1} + p_{b,2} z^{-2}}, \quad (4.2)$$

welcher nun reelle Polstellen p_b besitzt. Des Weiteren ergibt sich der Teil mit den optionalen Verzögerungsgliedern zu

$$H_{\text{filt}_V}(z^{-1}) = \sum_{i=0}^I d_i z^{-i}. \quad (4.3)$$

Wobei in jedem Fall ein mit d_0 gewichteter Anteil des Eingangssignals Teil der Filterbank ist.

$$\frac{1}{1 + p_{b,1}z^{-1} + p_{b,2}z^{-2}} = H_b(z^{-1})$$

Abbildung 4.1: Einzelner Bandpass zweiter Ordnung.

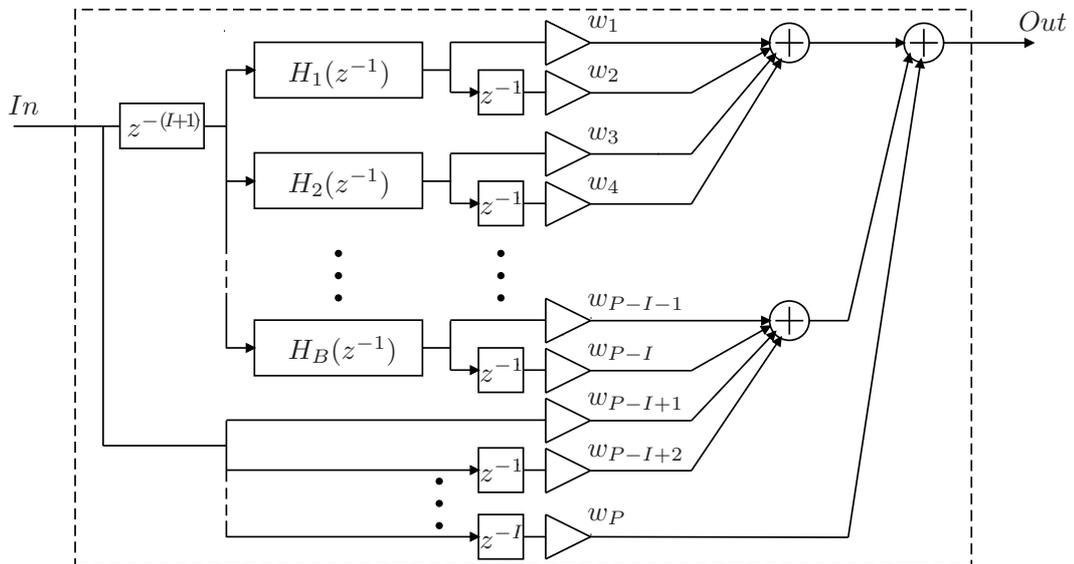


Abbildung 4.2: Einkanalige parallele Filterbank.

Nach [Ban14] kommt es bei der Nachbildung einer Übertragungsfunktion mit Einschwingvorgang zu numerischen Problemen. Diese entstehen, wenn das Einschwingverhalten durch Bandpässe nachgebildet werden soll. Eine Lösung ist die Verzögerung der Bandpässe, sodass der Einschwingvorgang durch den FIR-Anteil nachgebildet wird. Die Übertragungsfunktion hat so folgende Form:

$$H(z^{-1}) = z^{-(I+1)} \sum_{b=1}^B \frac{(c_{b,0} + c_{b,1} z^{-1})}{1 + p_{b,1} z^{-1} + p_{b,2} z^{-2}} + \sum_{i=0}^I d_i z^{-i}. \quad (4.4)$$

Die Struktur des Filters für einen Kanal stellt Abb.(4.2) dar. Die Gewichte für die Bandpasskanäle c und die Gewichte des FIR-Anteils d werden zusammengefasst im

Gewichtsvektor \mathbf{w} dargestellt.

Die Idee ist, den Frequenzgang bzw. die Impulsantwort des Kanals nachzubilden. Dies geschieht im Zeitbereich durch Gewichtung und Addition der Bandpassimpulsantworten und der Verzögerungsglieder. Abb.(4.3) zeigt wie eine Impulsantwort aus 12 gewichteten Impulsantworten zusammengesetzt wird. Die ersten 10 Impulsantworten sind von fünf Bandpassfiltern mit unterschiedlichen Mittenfrequenzen und deren um ein Sample verzögerte Varianten. Die zwei Impulsantworten, welche nur einen gewichteten Impuls enthalten, stammen vom FIR-Anteil. Der erste Impuls ist gewichtet und genau bei Null und der Zweite ist um ein Sample verzögert. Die Bandpassantworten sind infolgedessen um zwei Samples verzögert und deren verzögerte Variante so um 3 Samples verzögert. Die Theorie hierzu wird von B.Bank in [Ban11] gezeigt.

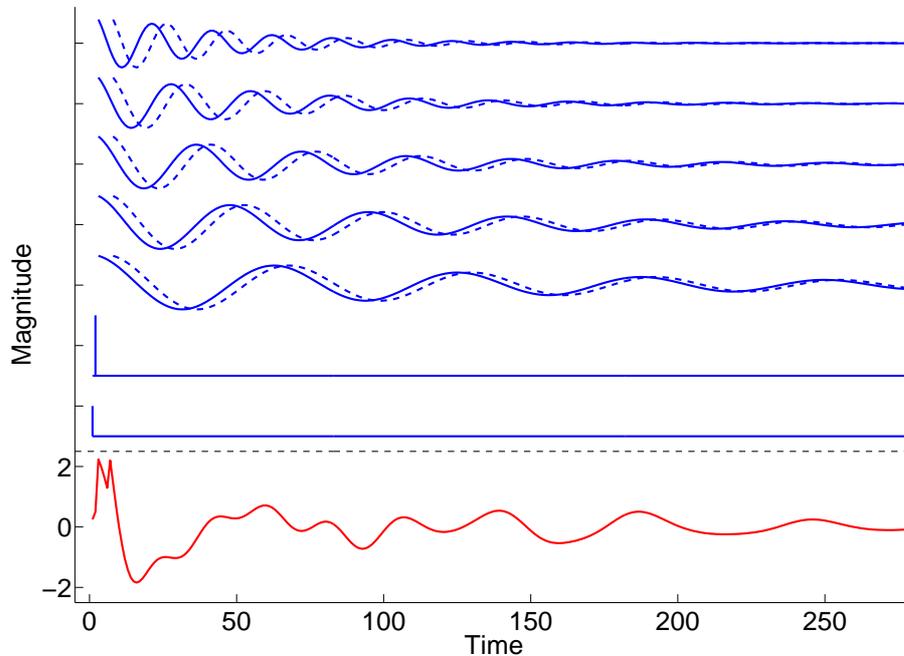


Abbildung 4.3: Nachbildung einer Impulsantwort (rot) durch Aufsummieren von 2 Impulsen, 5 Bandimpulsantworten und deren verzögerten Varianten (blau).

Die parallele Filterbank wird aus einzelnen SOS (Second Order Section) Filtern und Verzögerungsgliedern aufgebaut. Wobei die Verzögerungsglieder optional sind und deren Notwendigkeit von der Form der Impulsantwort abhängig ist. Ein langsamer, rampenförmig ansteigender Anteil der Impulsantwort kann durch den FIR-Anteil numerisch stabiler nachgebildet werden. Die Anzahl an SOS, und damit die Anzahl an Polstellen, bestimmt, wie fein das Signal zerlegt wird und dadurch auch, wie genau der Kanal nachgebildet werden kann.

4.1.1 Parameter der Filters

Die einzelnen SOS, aus welchen die Bandpassfilter bestehen, werden in IIR- und FIR-Anteil aufgeteilt. Somit bildet der IIR-Anteil den Bandpassfilter zweiter Ordnung und der FIR-Anteil dient als Gewichtung des Bandpassfilters und dessen verzögerter Variante.

$$H_{filt_{BP}}(z^{-1}) = z^{-(I+1)} \sum_{b=1}^B \sum_{b=1}^B \frac{1}{1 + p_{b,1} z^{-1} + p_{b,2} z^{-2}} (c_{b,0} + c_{b,1} z^{-1}) \quad (4.5)$$

Optimierung im Frequenzbereich Der gesamte Filterentwurf findet im Frequenzbereich statt. Dies hat den Vorteil, dass die Frequenzauflösung variiert werden kann. Dies ist notwendig, da für das menschliche Gehör eine logarithmische Auflösung oftmals besser geeignet ist. Durch eine konstante Frequenzauflösung pro Oktave könnten die Polstellenpositionen so gesetzt werden, dass die Frequenzauflösung der Filterbank zur menschlichen Wahrnehmung passt.

Polstellen Eine Möglichkeit die Polstellen zu positionieren ist eine logarithmische Polstellenverteilung im betrachteten Frequenzbereich. Dies entspricht, wie bereits erwähnt, der menschlichen Frequenzwahrnehmung. Die Polstellenanzahl beeinflusst in diesem Fall direkt die Polstellendichte [Ban07] [Ban10]. Zur weiteren Optimierung ist es möglich, den Frequenzbereich zu unterteilen und in jedem Teilbereich die Polstellen logarithmisch zu verteilen. Hierbei kann die Polstellendichte in den verschiedenen Frequenzbereichen variiert werden. Dadurch können in kritischen Frequenzbereichen mehr Polstellen platziert werden.

Eine weitere Möglichkeit, die optimalen Polstellen zu finden, nutzt die Polstellenverteilung, die sich beim Entwurf von frequenzverzerrten (frequency-warped) Filtern ergibt [AJ00]. Diese Methode wird von B.Bank in [BR11] als optimale Variante der Polstellenpositionierung vorgeschlagen. Dadurch werden in Bereichen starker Verzerrung mehr Polstellen platziert. Grundlage hierfür bildet der Frequenzgang des zu entzerrenden Systems, welcher verwendet wird, um die Positionen der Polstellen zu optimieren. Dieser muss vor dem Filterentwurf geglättet werden. Für das Entzerren von Lautsprechern wird üblicherweise eine 1/6 oder 1/12 Oktavenglättung verwendet. Auch bei dieser Methode gibt es die Möglichkeit der Aufteilung des Frequenzberei-

ches in zwei, drei oder mehr Teile, um die Dichte der Polstellen dort zu variieren. In diesem Fall ist es notwendig, den Verzerrungskoeffizienten λ für jeden Teil des Frequenzbereiches anzupassen. Die genauen Polstellen werden mit Hilfe des Steiglitz-McBride-Algorithmus [SM65] gefunden.

Gewichte Die optimalen Gewichte können im Zeitbereich oder im Frequenzbereich gefunden werden. Beide Varianten sind nach dem Parsevalschen Theorem [OSB04] gleichwertig. Um für die weitere Optimierung eine Variable für die Gewichte beider Bestandteile des Filters zu haben, wird der Gewichtsvektor

$$\mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{P-1} \\ w_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{1,0} \\ c_{1,1} \\ \vdots \\ c_{B,0} \\ c_{B,1} \\ d_1 \\ \vdots \\ d_I \end{pmatrix} \quad P = B \times 2 + (I + 1) \quad (4.6)$$

eingeführt. Dieser enthält die Gewichte für die Bandpässe c und die Gewichte für den FIR-Anteil der Filterbank d .

4.1.2 Optimieren der Parameter

Nachbilden des Frequenzganges \mathbf{F} beschreibt den Frequenzgang aller Bandpässe und deren verzögerte Varianten, sowie den der Verzögerungselemente im Frequenzbereich $\omega_n \in [0, \pi]$. Das Intervall für positive ω reicht aus, da es sich um reellwertige Signale handelt. \mathbf{g}_{sys} beschreibt den geforderten Frequenzgang eines SISO-Systems, welches durch die Filterbank nachgebildet werden soll

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 + p_{1,1}e^{-i\omega_1} + p_{1,2}e^{-i2\omega_1}} \cdots \frac{1}{1 + p_{1,1}e^{-i\omega_N} + p_{1,2}e^{-i2\omega_N}} \\ \frac{e^{-i\omega_1}}{(1 + p_{1,1}e^{-i\omega_1} + p_{1,2}e^{-i2\omega_1})} \cdots \frac{e^{-i\omega_N}}{1 + p_{1,1}e^{-i\omega_N} + p_{1,2}e^{-i2\omega_N}} \\ \vdots \cdots \vdots \\ \frac{1}{1 + p_{B-1,1}e^{-i\omega_1} + p_{B-1,2}e^{-i2\omega_1}} \cdots \frac{1}{1 + p_{B-1,1}e^{-i\omega_N} + p_{B-1,2}e^{-i2\omega_N}} \\ \frac{e^{-j\omega_1}}{1 + p_{B-1,1}e^{-i\omega_1} + p_{B-1,2}e^{-i2\omega_1}} \cdots \frac{e^{-i\omega_N}}{1 + p_{B-1,1}e^{-i\omega_N} + p_{B-1,2}e^{-i2\omega_N}} \\ \vdots \cdots \vdots \\ e^{-i0\omega_1} \cdots e^{-i0\omega_N} \\ e^{-i1\omega_1} \cdots e^{-i1\omega_N} \\ \vdots \cdots \vdots \\ e^{-iI\omega_1} \cdots e^{-iI\omega_N} \end{pmatrix}^T \quad (4.7)$$

$$\mathbf{g}_{sys} = \begin{pmatrix} h_{sys}(e^{-i\omega_1}) \\ \vdots \\ h_{sys}(e^{-i\omega_N}) \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Die optimalen Gewichte \mathbf{w}_{opt} werden durch die Minimierung des quadratischen Fehlers zwischen dem Frequenzgang des SISO-Filters \mathbf{g} und der geforderten Systemantwort \mathbf{g}_{sys} gefunden [HD03]

$$\mathbf{g} = \mathbf{F}\mathbf{w}, \quad (4.9)$$

$$\mathbf{w}_{opt} = (\mathbf{F}^H \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^H \mathbf{g}_{sys}. \quad (4.10)$$

Hierzu wird die Pseudoinverse von \mathbf{F} genutzt, da \mathbf{F} in der Regel keine quadratische Matrix ist. So lässt sich der Frequenzgang eines Kanals durch die parallele Filterbank approximieren. Die Genauigkeit der Approximation ist abhängig von der Komplexität des vorgegebenen Frequenzganges und der Anzahl an Filterelementen.

Entzerren des Frequenzganges Um nun den Frequenzgang eines Kanals durch eine parallele Filterbank entzerren zu können, muss ein Zielfrequenzgang

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} h_v(e^{-i\omega_1}) \\ \vdots \\ h_v(e^{-i\omega_N}) \end{pmatrix}$$

vorgegeben werden. Dieser ersetzt in Gleichung (4.10) den Frequenzgang des Systems \mathbf{g}_{sys} . Der Zielfrequenzgang wird verwendet, um die Frequenzgänge der einzelnen Bandpasskanäle vorzuverzerrern, sodass diese Vorverzerrung durch die Minimierung des quadratischen Fehlers ausgeglichen werden muss. Die Übertragungsfunktion der vorverzerrten Bandpassfilterbank für ein vorgegebenes System setzt sich wie folgt zusammen

$$H_v(z^{-1}) = z^{-(I+1)} \sum_{b=1}^B \frac{1}{1 + p_{b,1} z^{-1} + p_{b,2} z^{-2}} H_{sys}(z^{-1}) + \sum_{i=0}^I z^{-i} H_{sys}(z^{-1}). \quad (4.11)$$

Es ergibt sich somit für das Optimierungsproblem folgender Zusammenhang

$$\mathbf{c} = \underbrace{\text{diag}\{\mathbf{g}_{sys}\}}_{\mathbf{U}} \mathbf{F} \mathbf{w} \quad (4.12)$$

$$\mathbf{w}_{opt} = (\mathbf{U}^H \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{c}. \quad (4.13)$$

\mathbf{w}_{opt} sind die Gewichte für die bestmögliche Entzerrung des Systems mit einer parallelen Filterbank aus Abb (4.1).

Der so entworfene parallele Filter bildet wahlweise den Frequenzgang nach oder entzerzt ihn. Wie genau dies gelingt, ist davon abhängig, wie komplex der vorgegebene Frequenzgang ist, bzw. wie groß die verwendete Filterbank ist. Prinzipiell kann der Frequenzgang besser entzerrt werden, wenn der parallele Filter eine höhere Ordnung hat. Jedoch verbessert sich die Genauigkeit des Filters durch die Erhöhung der Ordnung nur bis zu einem gewissen Grad. Dann werden die Frequenzbänder zu schmal und die Genauigkeit des Filters wird nicht mehr verbessert.

4.2 Parallele Filterbank für ein MIMO-System

Bei MIMO-Systemen zur Wiedergabe und Aufnahme von Audiosignalen tritt häufig das Problem auf, dass diese entzerrt oder nachgebildet werden müssen. Das besondere bei MIMO-Systemen ist, dass jeder Eingang alle Ausgänge beeinflusst und so eine interne Abhängigkeit aller Ein- und Ausgangskanäle vorhanden ist. Die Nachbildung eines solchen Systems kann über verschiedene Ansätze realisiert werden. Eine ist die FFT-basierte Lösung, bei welcher durch Optimierung versucht wird, das Verhalten des Systems im Frequenzbereich nachzubilden. Bei dieser Umsetzungsvariante, treten in Abhängigkeit von der verwendeten Blocklänge Verzögerungen auf.

Der Ansatz, der in dieser Arbeit vorgestellt wird arbeitet mit einer parallelen Filterbank, bei welcher alle Filterkanäle am Eingang mit jedem Ausgang verbunden sind. Durch diesen Ansatz lässt sich ein MIMO-System effizient entzerren oder nachbilden. Die Idee hierzu hatte B.Bank im Rahmen seines Forschungsaufenthalts am IEM im Sommer 2011. Die parallele Filterbank basiert auf der bereits vorgestellten einkanaligen Variante.

Abhängig von dem zu lösenden Problem, wird die Filterbank vor oder hinter dem zu entzerrenden System platziert. Die verschiedenen Möglichkeiten werden kurz vorgestellt und im weiteren Verlauf genauer betrachtet.

Als konkretes Beispiel für ein MIMO-System, bei welchem der Entzerrungsfilter vorgeschaltet werden muss, kann eine mehrkanalige Lautsprecheranordnung wie der Ikosaederlautsprecher betrachtet werden.

$$P L = C \quad (4.14)$$

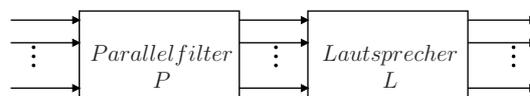


Abbildung 4.4: Entzerrung einer Lautsprecheranordnung.

Hierbei ist P der parallele MIMO-Filter, L die MIMO-Lautsprecheranordnung und C ist der gewünschte Frequenzgang nach der Filterung. Hier müssen die Signale vorverzerrt werden, da nach der Abstrahlung der Signale über die Lautsprechermembranen der Lautsprecheranordnung die Signale nicht mehr beeinflussbar sind.

Im Falle eines mehrkanaligen Mikrophonarrays, wie zB. dem Eigenmike, wird der parallele MIMO-Filter hinter das zu entzerrende System geschaltet.

$$M P = C \quad (4.15)$$

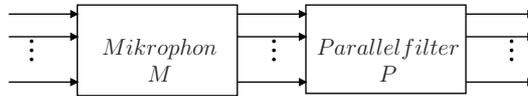


Abbildung 4.5: Entzerrung eines Mikrophonarrays.

Hier ist M das zu entzerrende Mikrophonarray. Auch in diesem Fall ist zur Entzerrung der Signale die Kenntnis über das System notwendig. Hier kann der Filter nur nach dem Mikrophonarray platziert werden, da auch in diesem Fall das Signal in der Luft nicht beeinflusst werden kann.

Durch einen parallelen MIMO-Filter kann ein System auch nachgebildet werden. Durch Kenntnis der Systemeigenschaften kann der Filter so optimiert werden, dass er das vorgegebene MIMO-System so gut wie möglich nachbildet.

$$P I = I P = S \quad (4.16)$$

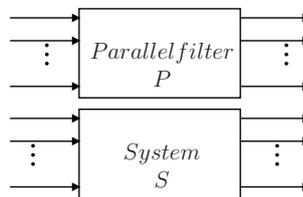


Abbildung 4.6: Nachbildung eines MIMO-Systems.

I stellt die Einheitsmatrix dar und S das System, dies kann zum Beispiel M oder L sein.

Der Entwurf einer parallelen Filterbank zur Entzerrung eines MIMO-Systems wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit am Beispiel des Ikosaederlautsprechers gezeigt.

4.2.1 Entzerrung eines MIMO-Lautsprechersystems

Die Aufgabe der parallelen MIMO-Filterbank in diesem Fall ist, den Frequenzgang eines angesteuerten Chassis zu entzerren bzw. an den eines Zielfrequenzganges anzupassen und gleichzeitig das Übersprechen zu den anderen Lautsprechermembranen zu

minimieren. Diese Vorgabe soll für alle Chassis in einem Gehäuse gleichzeitig erfüllt werden. Als Grundlage für die Bestimmung der Filterparameter, Polstellenpositionen und Gewichte, dienen die gemessenen Impulsantworten aller Lautsprecherchassis. Die Anzahl an gemessenen Impulsantworten von jedem Lautsprecherchassis entspricht der Gesamtanzahl an Lautsprecherchassis, da auch das Übersprechen der Lautsprechermembranen untereinander gemessen wird. In weiterer Folge werden die Impulsantworten in den Frequenzbereich transformiert.

4.2.2 Struktur der Filterbank

In der parallelen MIMO-Filterbank beeinflusst jeder einzelne Filterbankkanal eines Eingangs s jeden Ausgang e . Eine parallele MIMO-Filterbank kann auf verschiedene Art und Weise aufgebaut werden. Die aufwändigste Variante zerlegt jeden Eingang in eine Anzahl von parallelen Filterbänken, die der Anzahl an Ausgängen entspricht. So kann für jeden gemessenen Frequenzgang eine optimale variable Polstellenverteilung gefunden werden, welche den jeweiligen Frequenzgang als Vorlage nützt. Diese Variante ist jedoch sehr rechenaufwändig. Eine effizientere Variante zerlegt jeden Eingang in zwei Filterbänke. Eine für den direkten Frequenzgang, welcher die Lautsprecherchassis entzerrt, und die zweite für alle indirekten Frequenzgänge, welche für das Unterdrücken des Übersprechens verantwortlich sind. Die dritte Variante ist gleichzeitig die Einfachste. Hier wird jeder Eingang durch eine parallele Filterbank aufgeteilt. Diese wird in Abb.(4.8) dargestellt.

Die Anzahl an Polstellen pro Filterbank kann bei dieser Variante, bei gleichem Rechenaufwand, doppelt so hoch sein, wie bei der Vorherigen, was eine bessere Frequenzauflösung ermöglicht. Die Polstellenpositionen dieser Filterbänke können entweder bei allen Eingängen gleich sein oder für jeden Eingang variiert werden. Bei gleichen Polstellenpositionen bietet sich die bereits beschriebene logarithmische Verteilung der Polstellen über den Frequenzbereich an. Bei einer variablen Polstellenverteilung, die sich an einem zu entzerrenden Frequenzgang orientiert, gibt es verschiedene Varianten. Der Frequenzgang, welcher als Vorlage zur Bestimmung der Polstellenverteilung eines Eingangs genutzt wird, kann mit verschiedenen Verfahren ermittelt werden. Die Wahl ist abhängig von den Vorgaben, die an die Filterbank gestellt werden.

Wenn das Ziel ist, das direkt angesteuerte Lautsprecherchassis so gut wie möglich zu entzerren, wird dessen Frequenzgang als Vorlage verwendet. Ist die Vorgabe eine möglichst gute Übersprechdämpfung zu erreichen, wird das quadratische Mittel aus

allen indirekten Frequenzgängen genommen. Die dritte Variante ist ein Kompromiss und nimmt als Vorlage das quadratische Mittel aus allen, direkten und indirekten, Frequenzgängen. Hier ist es möglich, zur Feineinstellung den direkten Frequenzgang etwas stärker in der Mittlung zu gewichten.

In dieser Arbeit wird pro Eingangskanal eine parallele Filterbank verwendet, wie es in Abb.(4.8) zu sehen ist. Als Vorlage für die Platzierung der Polstellen hat sich als optimale Variante der Frequenzgang der direkt angesteuerten Lautsprecherchassis ergeben.

$$\boxed{\frac{1}{1 + p_{s,b,1}z^{-1} + p_{s,b,2}z^{-2}}} = \boxed{H_{s,b}(z^{-1})}$$

Abbildung 4.7: Einzelner Bandpass zweiter Ordnung.

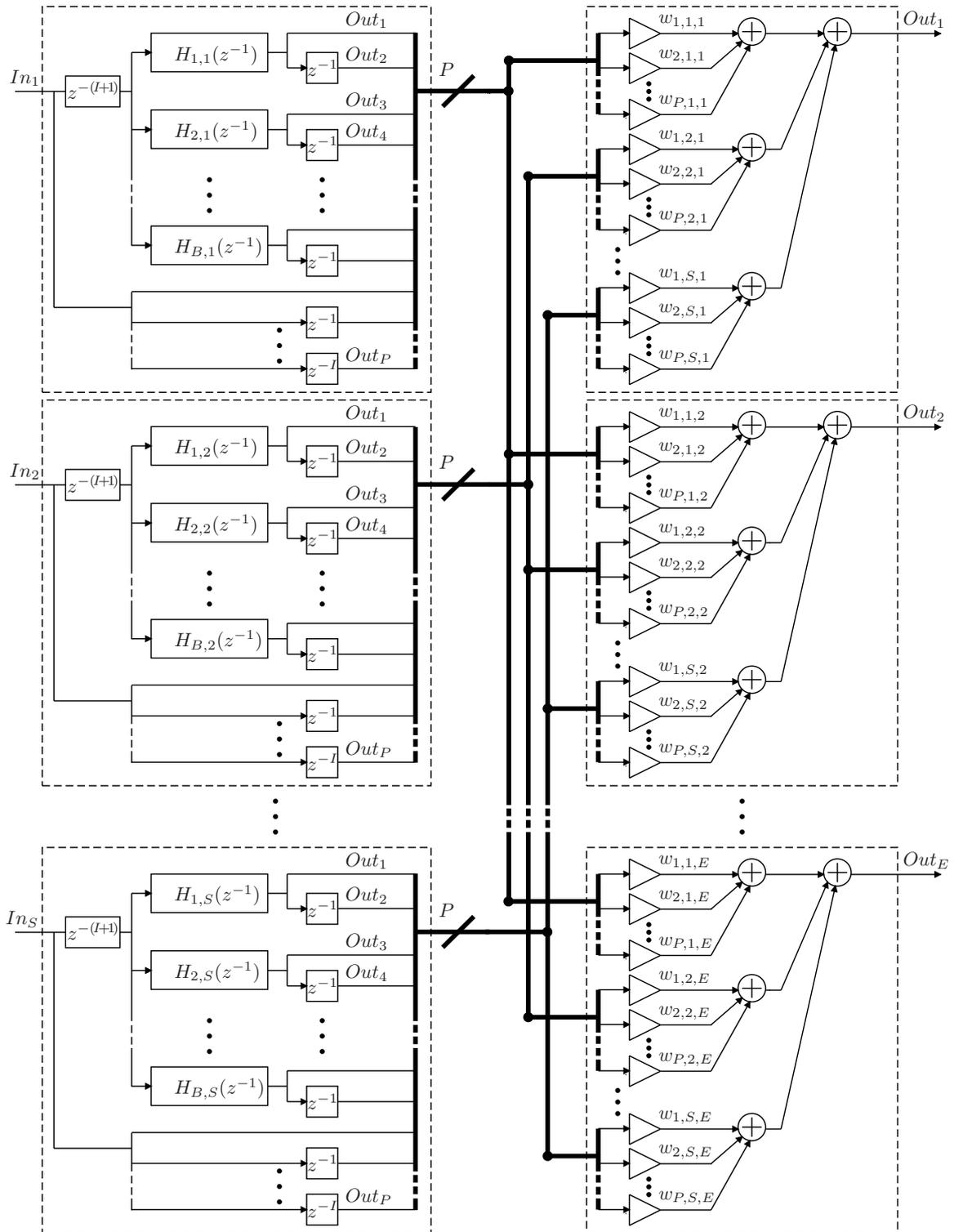


Abbildung 4.8: Struktur parallele MIMO-Filterbank.

4.2.3 Entzerrung durch einen MIMO-Filter vor dem System

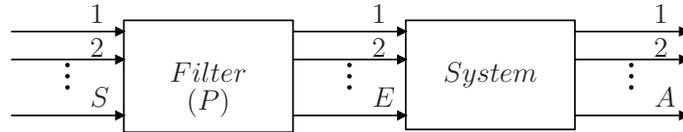


Abbildung 4.9: Paralleler Filter vor dem System.

$s \dots$ Index Steuereingang (Entzerrereingang)

$e \dots$ Index Systemeingang (Entzerrerausgang)

$a \dots$ Index Systemausgang (Lautsprecher-Membran)

$p \dots$ Index Filterbankgröße

(4.17)

Entzerrung des MIMO-Systems Auch bei der Betrachtung des MIMO-Systems wird die Berechnung, wie im Fall eines einzelnen Kanals, im Frequenzbereich durchgeführt. Hierfür wird die gesamte Matrix aus gemessenen Impulsantworten des Systems in den Frequenzbereich transformiert. Das Gesamtsystem $Y_{sa}(z)$ setzt sich aus dem Entzerrer $H_{se}(z)$ und dem System $G_{ea}(z)$ zusammen

$$Y_{sa}(z) = \sum_{e=1}^E G_{ea}(z) H_{se}(z). \quad (4.18)$$

Dies kann vereinfacht werden, da die Bandpässe des Entzerrers $F_{sp}(z)$ nicht von der Anzahl der Filterausgänge e abhängig sind. Nur die Gewichte W_{sep} hängen von e ab

$$Y_{sa}(z) = \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P G_{ea}(z) F_{sp}(z) W_{sep}.$$

Als Vorgabe für das Ergebnis der Filterung wird der Zielfrequenzgang $C_{sa}(z)$ vorgegeben. Somit ergibt sich

$$Y_{sa}(z) = \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P G_{ea}(z) F_{sp}(z) W_{sep} = C_{sa}(z). \quad (4.19)$$

Die Bandpässe und das System werden zusammengefasst zu

$$U_{seap}(z) = G_{ea}(z)F_{sp}(z)$$

und vereinfacht (4.19) zu folgendem Ausdruck

$$\sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P U_{seap}(z) W_{sep} = C_{sa}(z). \quad (4.20)$$

Für jeden Steuereingang wollen wir ein getrenntes Ergebnis. Darum können wir mit in s getrennten Lösungen rechnen. Somit ergibt sich ein SIMO-System welches für jeden Steuereingang s zu lösen ist.

Durch einen gemeinsamen Index $i = (e - 1)E + p$ wird die Doppelsumme in eine Matrixsumme

$$\sum_{i=1}^{EP} U_{sai}(z) W_{si} = C_{sa}(z) \quad (4.21)$$

umgewandelt. Nun wird dies für alle Frequenzpunkte (z) berechnet

$$\begin{pmatrix} \mathbf{u}_{s1}^T(0) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{s1}^T(e^{-i\pi}) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{sA}^T(0) \\ \vdots \\ \mathbf{u}_{sA}^T(e^{-i\pi}) \end{pmatrix} \mathbf{w}_s = \begin{pmatrix} C_{s1}(0) \\ \vdots \\ C_{s1}(e^{-i\pi}) \\ \vdots \\ C_{sA}(0) \\ \vdots \\ C_{sA}(e^{-i\pi}), \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

mit $\mathbf{u}_{sa}^T(z) = (U_{sa11}(z) \cdots U_{saE1}(z) \cdots U_{sa12}(z) \cdots U_{saE2}(z) \cdots \cdots U_{sa1P}(z) \cdots U_{saEP}(z))$

ergibt sich für das Gesamtsystem

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{sA} \end{pmatrix} \mathbf{w}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{s1} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{sA} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

was es ermöglicht die optimalen Gewichte \mathbf{w}_s für jeden Eingang zu finden.

4.2.4 Entzerrung durch einen MIMO-Filter nach dem System

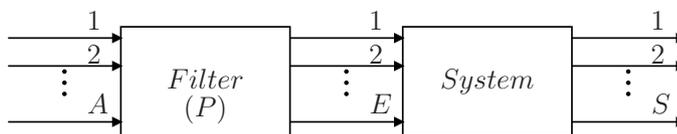


Abbildung 4.10: System vor dem parallelen Filter.

- $a \dots$ Index Steuereingang (Entzerrereingang)
- $e \dots$ Index Systemeingang (Entzerrerausgang)
- $s \dots$ Index Systemausgang (Lautsprecher-Membran)
- $p \dots$ Index Filterbankgröße

(4.24)

Entzerrung des MIMO-Systems Wenn der MIMO-Filter nach dem System platziert wird, führt dies zu einer ähnlichen Lösung wie in Kapitel (4.2.3). Jedoch werden in diesem Fall die Indizes vertauscht, sodass sich eine veränderte Reihenfolge ergibt. Das Ergebnis der Filterung $Y_{as}(z)$ setzt sich hierbei aus dem Entzerrer $H_{ae}(z)$ und dem System $G_{es}(z)$ zusammen.

$$Y_{as}(z) = \sum_{e=1}^E G_{es}(z) H_{ae}(z) \quad (4.25)$$

Für das Gesamtsystem ergibt sich somit folgende Lösung:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{a1} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{aS} \end{pmatrix} \mathbf{w}_a = \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{a1} \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{aS} \end{pmatrix}. \quad (4.26)$$

Diese ermöglicht es optimalen Gewichte \mathbf{w}_s für jeden Eingang zu finden.

4.2.5 Nachbildung eines Systems durch einen MIMO-Filter

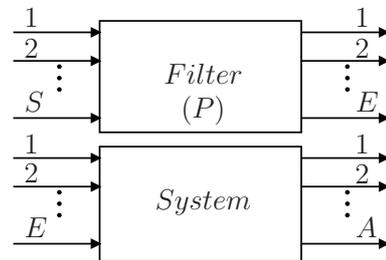


Abbildung 4.11: Paralleler Filter bildet ein System nach.

- $s \dots$ Index Steuereingang (Filtereingang)
- $e \dots$ Index Systemeingang (Filterausgang)
- $a \dots$ Index Systemausgang
- $p \dots$ Index Filterbankgröße

(4.27)

Nachbildung des MIMO-Systems Das zum Entzerren verwendete Verfahren kann auch dazu verwendet werden, das gegebene MIMO-System nachzubilden. Die Frequenzgänge werden dadurch in Nachbildung des System, in Abhängigkeit von der Filterbankgröße, geglättet. Die Nachbildung des Frequenzganges eines Kanals mit Hilfe einer parallelen Filterbank wird in [Ban10] beschrieben. Im Fall eines MIMO-Systems werden in (4.19) Zielfrequenzgang und der Systemfrequenzgang vertauscht. Dazu wird auch hier die gesamte Matrix aus gemessenen Impulsantworten in den Frequenzbereich transformiert $G_{ea}(z)$. Das Ergebnis der Nachbildung $Y_{sa}(z)$ setzt sich aus der Filterbank $F_{se}(z)$ und den Gewichten W_{sep} zusammen

$$Y_{sa}(z) = \sum_{e=1}^E H_{se}(z). \quad (4.28)$$

Dies kann vereinfacht werden, da die Bandpässe des Entzerrers $F_{sp}(z)$ nicht von der Anzahl der Filterausgänge e abhängig sind. Nur die Gewichte W_{sep} hängen von e ab

$$Y_{sa}(z) = \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \delta_{se} F_{sp}(z) W_{sep}.$$

Als Vorgabe wird das nachzubildende System $G_{sa}[n]$ vorgegeben. Somit ergibt sich

$$Y_{sa}(z) = \sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P \delta_{se}(z) F_{sp}(z) W_{sep} = G_{sa}(z). \quad (4.29)$$

Die Bandpässe werden ausgewählt zu

$$U_{sep}(z) = \delta_{se}(z) F_{sp}(z)$$

und vereinfachen (4.29) zu folgendem Ausdruck

$$\sum_{e=1}^E \sum_{p=1}^P U_{sep}(z) W_{sep} = G_{sa}(z). \quad (4.30)$$

Auch in diesem Fall wollen wir für jeden Steuereingang ein getrenntes Ergebnis. Darum können wir mit in s getrennten Lösungen rechnen. Somit ergibt sich ein SIMO-System welches für jeden Steuereingang s zu lösen ist.

Durch einen gemeinsamen Index $i = (e - 1)E + p$ wird die Doppelsumme in eine Matrixsumme

$$\sum_{i=1}^{EP} U_{si}(z) W_{si} = G_{sa}(z) \quad (4.31)$$

umgewandelt. Nun wird dies für alle Frequenzen ω berechnet

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_{s1} \\ \vdots \\ \mathbf{U}_{sA} \end{pmatrix} \mathbf{w}_s = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_{s1} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{sA} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

welches es ermöglicht, die optimalen Gewichte \mathbf{w}_s für jeden Eingang zu finden.

4.2.6 Optimierung der MIMO-Filterparameter für die drei Anwendungen

Die Optimierung verwendet in allen drei Fällen das selbe Prinzip, die Minimierung des quadratischen Fehlers. Die Unterschiede liegen im Inhalt der \mathbf{U} Matrix und im geforderten Zielfrequenzgang. Für die Fälle, dass ein System entzerrt werden soll, setzt sich \mathbf{U} wie folgt zusammen.

\mathbf{U} beinhaltet in den Spalten alle Frequenzpunkte sequentiell für alle Ausgänge. Die Zeilen von \mathbf{U} bestehen aus der Abfolge der Filterkanäle und Systemeingänge. \mathbf{c}_s besteht in einem Block \mathbf{c}_{sa} aus dem Zielfrequenzgang. Die Position dieses Blockes ist abhängig davon, für welchen Steuereingang die Koeffizienten berechnet werden. Der Rest des Vektors \mathbf{c}_s wird mit Nullen aufgefüllt um zu fordern, dass das Übersprechen unterdrückt wird.

Durch die Minimierung des quadratischen Fehlers erhält man durch Berechnung der Pseudoinversen von \mathbf{U}_s die optimalen Gewichte $\mathbf{w}_{s_{opt}}$ für jeden Eingangskanal des Entzerrers

$$\mathbf{w}_{s_{opt}} = (\mathbf{U}_s^H \mathbf{U}_s)^{-1} \mathbf{U}_s^H \mathbf{c}_s. \quad (4.33)$$

Im dritten Fall, wenn ein System nachgebildet werden soll, ist die Struktur von \mathbf{U} identisch mit der bereits beschriebenen, jedoch enthält \mathbf{U} nur die Frequenzgänge der Filterkanäle ohne die Gewichtung durch die Frequenzgänge des Systems. Hier sind die Frequenzgänge des Systems das Ziel für die Optimierung. Diese stehen in \mathbf{g}_s in einem Block \mathbf{g}_{sa} , der Rest des Zielvektors ist mit Nullen besetzt. Somit ergibt sich für die optimalen Gewichte zur Nachbildung eines Systems

$$\mathbf{w}_{s_{opt}} = (\mathbf{F}_s^H \mathbf{F}_s)^{-1} \mathbf{F}_s^H \mathbf{g}_s. \quad (4.34)$$

4.2.7 Einstellen der Polstellenanzahl

Wie gut der direkte Frequenzgang an den vorgegeben Verlauf angepasst werden kann, ist von der Anzahl der Polstellen in der Filterbank abhängig und wie gut diese platziert sind. Wenn man davon ausgeht, dass das in Kapitel (4.1.1) bereits beschriebene Verfahren die Polstellen für die einzelnen Filterkanäle optimal platziert hat, bleibt nur die Anzahl der Polstellen als weitere Optimierungsgröße. Diese ist proportional zur Rechenleistung, welche die Filterbank benötigt, sodass ein Kompromiss eingegangen werden muss.

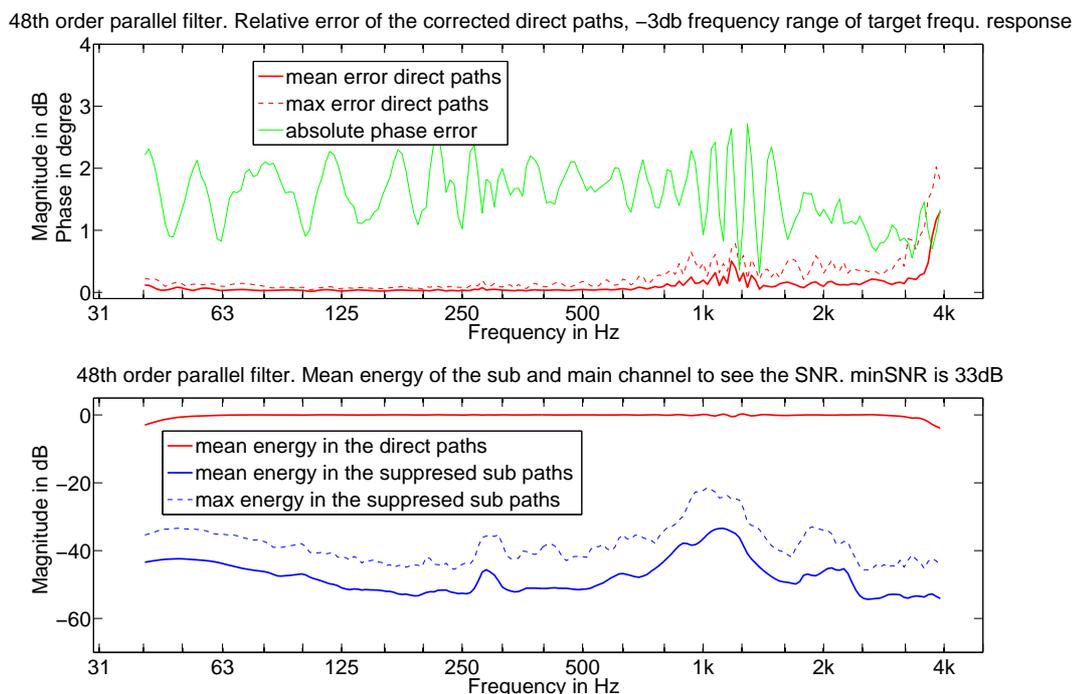


Abbildung 4.12: Parallele Filterbank mit 48 Polstellen. Das arithmetische Mittel des relativen Fehler im Vergleich zum Zielfrequenzgang aller direkten Kanäle sowie deren maximalen relativen Fehler. Zusätzlich wird der mittlere Phasenfehler dargestellt. Die untere Abbildung zeigt die durchschnittliche Signalenergie in den direkten Kanälen, sowie die durchschnittliche Signalenergie in den unterdrückten Kanälen und die dort maximal enthaltene Signalenergie.

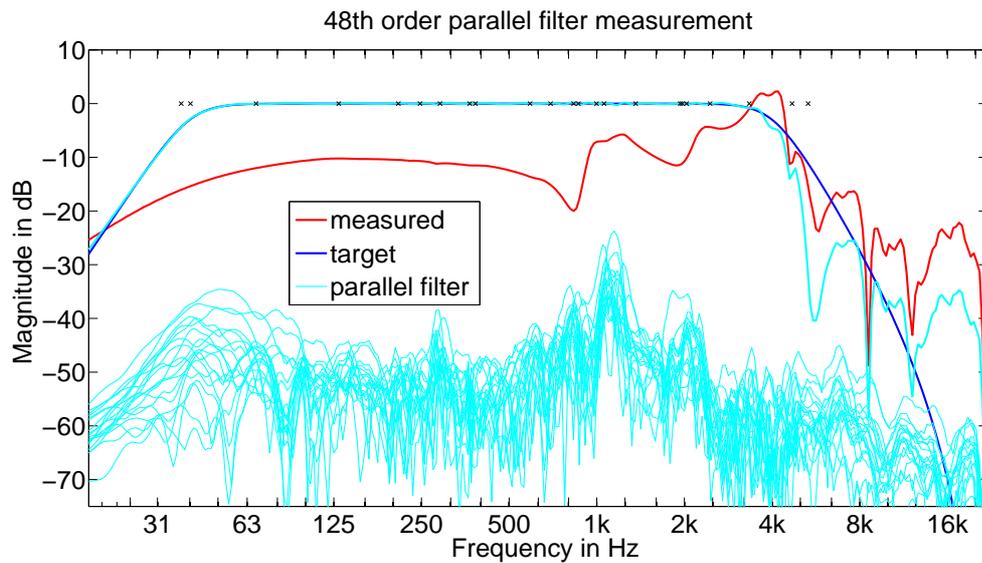


Abbildung 4.13: Eingangskanal 2, Anpassung des Frequenzganges des direkten Kanals an den Zielfrequenzgang und Dämpfung der Nebenchäle. Polanzahl 48, Polstellenpositionierung über Warped-Filterdesign. Die Kreuze zeigen die Positionen der Polstellen an.

Beim Entwurf dieser Filterbank wurde als Kriterium der relative Fehler zwischen dem vorgegebenen Frequenzgang und dem direkten Frequenzgang des entzerrten MIMO-Systems gewählt. Der vorgegebene Frequenzgang ist ein Bandpassfilter vierter Ordnung mit den Grenzfrequenzen 40 Hz und 4 kHz. Der relative Fehler wird nur in diesem Frequenzbereich betrachtet. Ausschlaggebend ist der maximal auftretende Fehler aller Ausgangskanäle, da die Polstellenanzahl aller Filterbänke identisch ist. Als Grenze für den maximalen relativen Fehler wurde 1 dB festgelegt, da diese Abweichung für das menschliche Gehör nicht mehr wahrnehmbar ist. Wie in Abb.(4.12) zu sehen ist, steigt der relative Fehler zu hohen Frequenzen über die vorgegebene Grenze. Da dies nur an einer höheren Flankensteilheit des tatsächlichen Filters gegenüber dem vorgegebenen Frequenzganges liegt, darf der Fehler in diesem Bereich die Fehlergrenze überschreiten.

Es hat sich gezeigt, dass eine Anzahl von 48 Polstellen ideal ist, um die Vorgabe zu erfüllen und trotzdem die Polstellenanzahl noch niedrig zu halten. Die Übersprechdämpfung hat bei dieser Polstellenanzahl einen guten Wert, da sie sich beim weiteren Erhöhen der Polstellenanzahl nur noch wenig verbessert. Hier zeigt sich, wie auch beim der Optimierung des Frequenzganges, eine Abnahme der zusätzlichen Verbesserung bei weiterer Erhöhung der Polstellenanzahl.

Um zu verdeutlichen, welchen Vorteil die “frequency-warped“ Polstellenverteilung gegenüber einer abschnittswisen logarithmischen Polstellenverteilung hat, zeigt Abb.(4.14) den Fehler der logarithmischen Polstellenverteilung bei selber Polstellenanzahl. Dieser ist im Vergleich zu Abb.(4.12) höher und auch die Übersprehdämpfung ist nicht ganz so hoch.

Die Positionen der verwendeten Polstellen werden in Abb.(4.13) durch die Kreuze an der 0 dB Achse dargestellt. Des Weiteren zeigt diese Abbildung wie der Frequenzgang des direkten Kanals an den Zielfrequenzgang angepasst wird. Im Bereich der Resonanz der verwendeten Lautsprecherchassis, bei 1 kHz, gibt es die geringste Übersprehdämpfung. Trotz einer höheren Polstellenanzahl in diesem Frequenzbereich gelingt es dem Entzerrerer, nicht die Verringerung der Übersprehdämpfung zu verhindern. Dies liegt an der starken Veränderung der Phase im Bereich der Resonanzfrequenz.

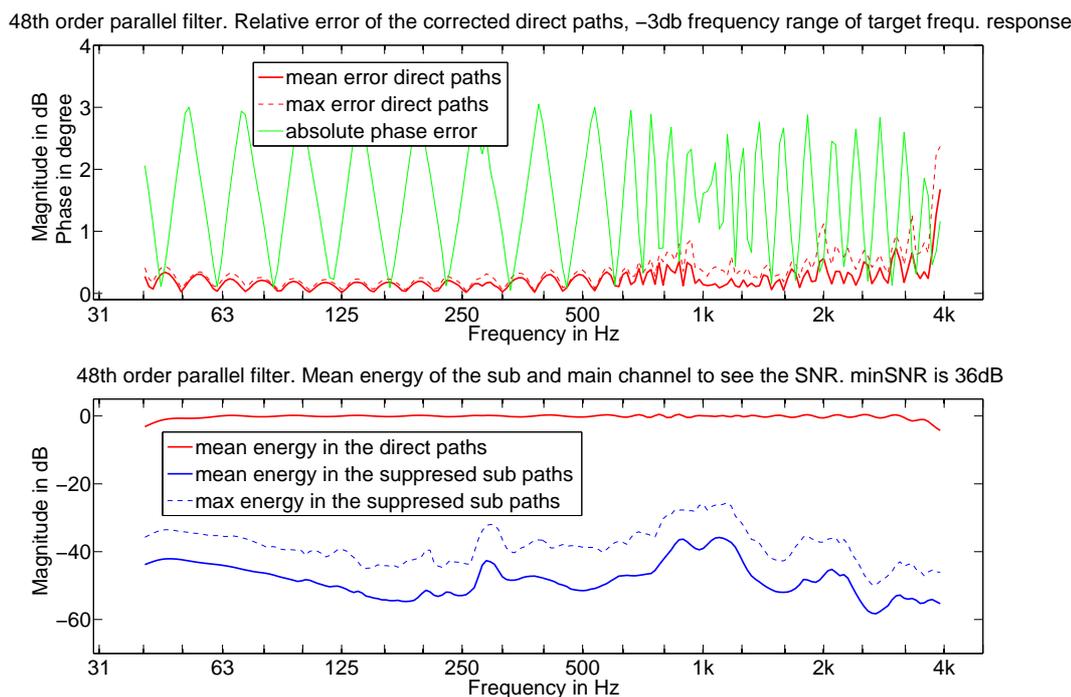


Abbildung 4.14: Parallele Filterbank mit 48 Polstellen. Die obere Abbildung zeigt wie bereits in Abb.(4.12) das arithmetische Mittel des relativen Fehler zum Zielfrequenzgang aller direkten Kanäle sowie deren maximalen Fehler, jedoch in diesem Fall für eine logarithmische Polstellenverteilung. Zusätzlich wird der mittlere Phasenfehler dargestellt. Die untere Abbildung zeigt die durchschnittliche Signalenergie in den direkten Kanälen sowie die durchschnittliche Signalenergie in den unterdrückten Kanälen und die dort maximal enthaltene Signalenergie.

4.3 FFT-Filterbank

Eine alternative Variante, um das beschriebene MIMO-System zu entzerren, ist eine FFT-Filterbank [FZN08]. Hierzu werden alle $E \times A$ Impulsantworten des Systems in den Frequenzbereich transformiert. Das Ergebnis ist die Filtermatrix \mathbf{G}_{FFT} . Diese wird mit Hilfe der Singulärwertzerlegung invertiert und regularisiert. Mit dem Ergebnis lässt sich die Filtermatrix

$$\mathbf{H}_{FFT}[k] = \mathbf{G}_{FFT}^{-1}[k] \mathbf{I} c[k] \quad (4.35)$$

berechnen. \mathbf{I} repräsentiert die Einheitsmatrix und $c[k]$ ist der Zielfrequenzgang. Der Nachteil dieser Art der Entzerrung ist die geringere Frequenzauflösung bei tiefen Frequenzen und die Zeitverzögerung, welche durch die Blockverarbeitung der FFT entsteht. Auf die genaue Anzahl an Multiplikations- und Additionsberechnungen wird später eingegangen. Des Weiteren muss die Filtermatrix regularisiert werden, da die Dynamik innerhalb der Matrix sehr groß sein kann. Der Grund hierfür ist ein schlechte Konditionierung der Matrix oder Einkerbungen im zu entzerrenden Frequenzgang. Wie genau dieses FFT-basierte Verfahren die Entzerrung realisiert, hängt von der verwendeten Filterlänge ab. Diese bestimmt wie gut die Frequenzauflösung ist und bis zu welcher unteren Grenzfrequenz entzerrt werden kann. Der größte Nachteil hierbei ist, dass die reguläre FFT mit einer linearen Frequenzachse arbeitet und so im unteren Frequenzbereich die Auflösung gering ist.

Abb(4.15) zeigt den Fehler einer 2048 Punkte FFT-Filterbank. Bei der Wahl der Filterlänge wurde versucht, ein vergleichbares Ergebnis zur parallelen Filterbank mit 48 Polstellen zu erhalten. Es zeigt sich, dass ein Kompromiss eingegangen werden muss, da die FFT-basierte Variante, wie der Vergleich von Abb.(4.15) mit Abb.(4.12) zeigt, einen größeren Fehler beim Linearisieren des Frequenzganges des direkten Kanals macht. Jedoch bietet die FFT-Filterbank eine höhere Übersprehdämpfung.

4.3.1 Leistungsvergleich von paralleler Filterbank und FFT-Filterbank

Um nun den Rechenaufwand und das resultierende Ergebnis der beiden Filtervarianten zu vergleichen, wird wie bereits vorhin, der relative Fehler zwischen Zielfrequenzgang und dem Filterergebnis, sowie die Übersprehdämpfung betrachtet. Die Parameter, die hierbei verändert werden können, sind bei der parallelen Filterbank

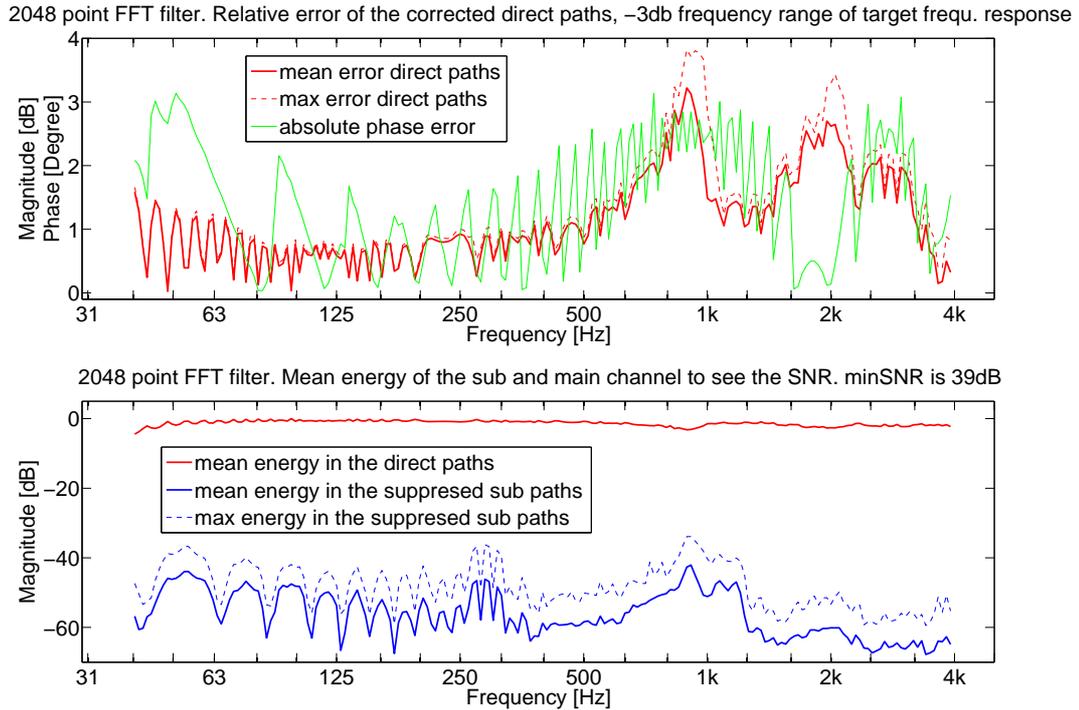


Abbildung 4.15: FFT-Filterbank mit 2048 Punkten. Die obere Abbildung zeigt das arithmetische Mittel des relativen Fehler zum Zielfrequenzgang aller direkten Kanäle sowie deren maximalen Fehler. Zusätzlich wird der mittlere Phasenfehler dargestellt. Die untere Abbildung zeigt die durchschnittliche Signalenergie in den direkten Kanälen sowie die durchschnittliche Signalenergie in den unterdrückten Kanälen und die dort maximal enthaltene Signalenergie.

die Polstellenanzahl und bei der FFT-Filterbank die Filterlänge.

Diese Parameter haben jeweils unterschiedliche Auswirkungen auf das Ergebnis. Mit den beschriebenen Messwerten lassen sich dennoch Aussagen über die Qualität des Filterergebnisses machen. Als direkter Vergleichswert zwischen den Filterverfahren dient die Anzahl an Multiplikations- und Additionsoperationen (MACs) die zur Berechnung eines Samples notwendig sind.

Bei der FFT-Filterbank ist die Anzahl an MACs zum einen abhängig von der Transformation in den Frequenzbereich und zum anderen von der Filterung. Für die Transformation in den Frequenzbereich werden für eine Filterlänge N und die Anzahl an Eingangskanälen S

$$\frac{4N \log(N)S}{\frac{N}{2}} \quad (4.36)$$

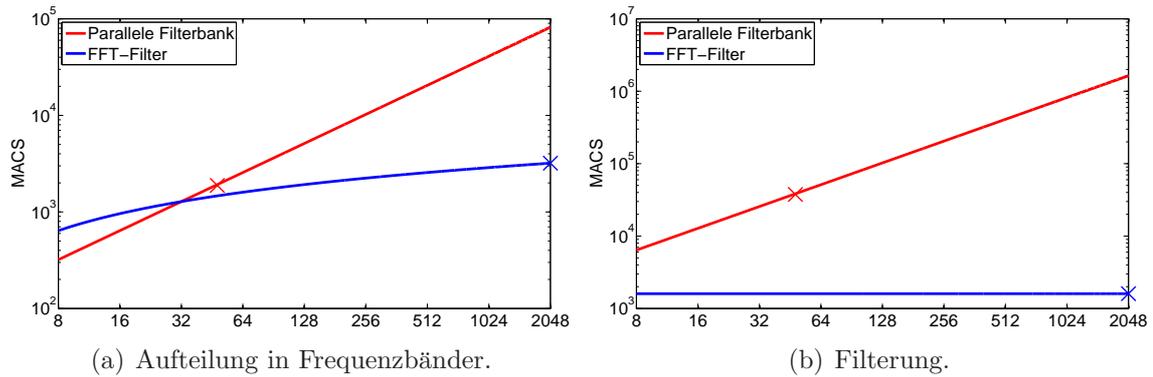


Abbildung 4.16: Vergleich an Multiplikations- und Additionsoperationen zwischen paralleler Filterbank und FFT-Filterbank für $A=20$ und $E=20$. Variabler Parameter ist jeweils die Kanalanzahl. Die Markierungen zeigen die Anzahl an MACs für vergleichbare Ergebnisse.

MACs benötigt. Die Berechnung setzt sich aus der komplexen Transformation und der Normierung auf die Filterlänge zusammen. Für die Rücktransformation in E Ausgangskanäle werden dementsprechend

$$\frac{4N \operatorname{ld}(N)E}{\frac{N}{2}} \quad (4.37)$$

MACs benötigt. Die Anzahl an MACs für die Hin- und Rücktransformation für 20 Ein- und Ausgänge wird in Abb.(4.16a) für verschiedene Filterlängen gezeigt. Die Berechnung der Filterung benötigt

$$\frac{4\frac{N}{2}SE}{\frac{N}{2}} = 4SE \quad (4.38)$$

Rechenoperationen pro Sample. Die Anzahl an MACs für die Filterung ist nur von der Anzahl an Ein- und Ausgängen abhängig, und durch die Normierung auf die Filterlänge von dieser unabhängig. Insgesamt ergeben sich für die Entzerrung mittels FFT

$$(S + E) 8 \operatorname{ld}(N) + 4SE \quad (4.39)$$

MACs.

Bei der parallelen Filterbank werden für die Aufteilung in N Bandpässe

$$2NS \quad (4.40)$$

MACs benötigt, da für jeden Bandpass 2 Polstellen berechnet werden müssen. Für die Gewichtung, in diesem Fall die Filterung, werden

$$2N SE \quad (4.41)$$

Rechenoperationen benötigt. Es wird hier jeder Bandpasskanal eines jeden Eingangs und dessen verzögerte Variante für jeden Ausgang gewichtet. Insgesamt ergeben sich so

$$2N S (1 + E) \quad (4.42)$$

Rechenoperationen bei der parallelen Filterbank. So steigt die Komplexität bei der parallelen Filterbank linear mit der Filterlänge. In Abb.(4.16) wird die Anzahl an MACs für die FFT-Filterbank und die parallele Filterbank getrennt, für die Aufteilung in Frequenzbänder und die Filterung, verglichen.

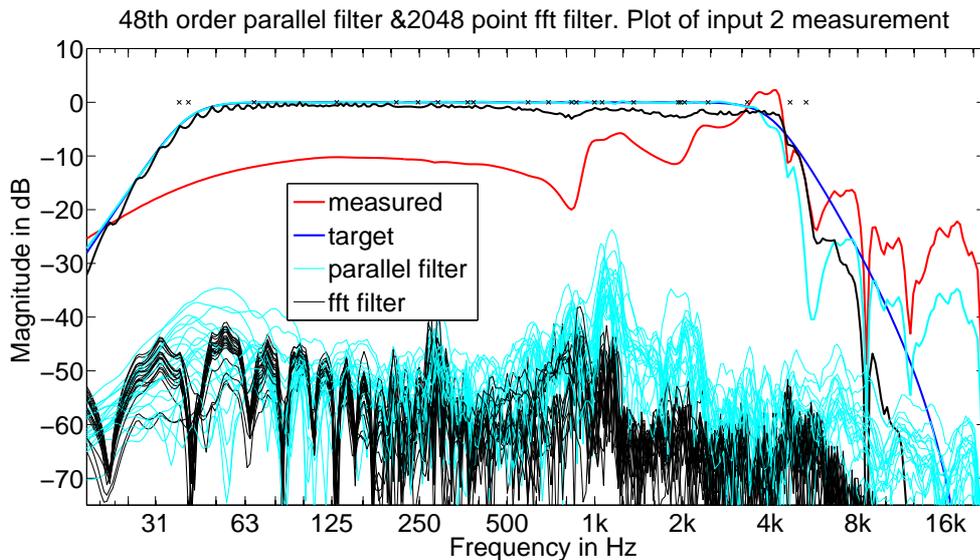


Abbildung 4.17: Frequenzgänge des Eingangskanal 2 wie in Abb.(4.13), jedoch zum Vergleich mit einer 2048 Punkte FFT Filter.

Es zeigt sich, dass die FFT-Filterbank insgesamt weniger Rechenoperationen benötigt, um ein mit der parallelen Filterbank vergleichbares Ergebnis zu liefern. Dies liegt daran, dass die Filterung bei der FFT-Filterbank unabhängig von der Filterlänge ist. Den Vorteil, den die parallele Filterbank bietet, ist eine bessere zeitliche Auflösung, da pro Sample gefiltert wird und nicht, wie bei der FFT-Filterbank, gewartet werden muss

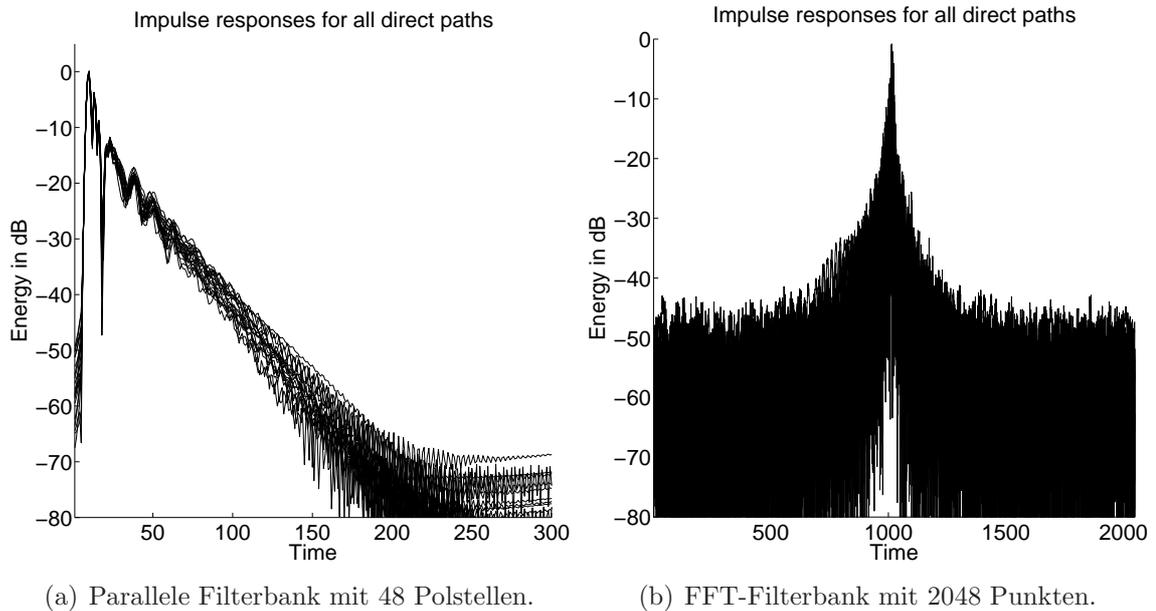


Abbildung 4.18: Vergleich der Impulsantworten von FFT- und paralleler-Filterbank für alle direkten Kanäle.

bis ein Block berechnet wurde.

Um einen weiteren Vergleich zwischen den Filterbänken zu haben, zeigt Abb.(4.17) beispielhaft den Frequenzgang des zweiten Eingangskanals, wie in Abb.(4.13) für die parallele Filterbank. Es bestätigt sich an diesem Beispiel die aus dem Vergleich von Abb.(4.12) und Abb.(4.15) gewonnene Erkenntnis, dass die parallele Filterbank eine bessere Entzerrung des Frequenzganges liefert und die FFT-Filterbank eine bessere Übersprechdämpfung erreicht, wenn man versucht, vergleichbare Einstellungen zu finden.

Beim Vergleich der Impulsantworten in Abb.(4.18) zeigt sich, dass die parallele Filterbank eine zeitlich wohlgeformtere Impulsantwort hat. Die Impulsantwort der FFT-Filterbank hingegen verschmiert zeitlich beim Ein- und Ausschwingen und kann so schlecht geschnitten werden.

4.4 Implementierung der Entzerrungsfilterbank in PureData

Für die Realisierung der parallelen Filterbank, die den Ikosaederlautsprecher in Echtzeit entzerren soll, wird die Audioverarbeitungssoftware PureData(PD) [Puc96] verwendet. Sie bietet die Möglichkeit die Filterbank zu Implementieren und so den Ikosaederlautsprecher direkt zu Entzerren. Die verwendeten Erweiterungen in PD sind `iematrix0.2`, `zxy` und `iemlib2`.

Die Filterkoeffizienten und Gewichte, welche in MATLAB berechnet wurden, werden in PD als Textdatei eingelesen und dort als Matrix-Variable verarbeitet. Es wird ein Filterbank Objekt erzeugt, welches S Eingänge und E Ausgänge besitzt. Der Aufbau dieses Objekt gestaltet sich wie folgt.

Die einzelnen Bandpässe zweiter Ordnung, aus welcher die Filterbank zusammengesetzt ist, werden durch das “`biquad~`“ Objekt realisiert Abb.(4.19.)

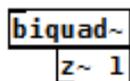


Abbildung 4.19: “`biquad~`“ Objekt in PD

Hierzu werden dem Objekt die reellen Koeffizienten für die jeweiligen Polstellen übergeben, die erste Nullstelle auf 1 und die beiden Anderen auf 0 gesetzt. Da bei diesem Objekt 3 MACs bei jeder Berechnung nicht genutzt werden, wurde das “`doublepole~`“ Objekt, siehe Abb.(4.20), implementiert. Dieses enthält nur die Berechnung für zwei reelle Polstellen.

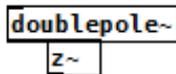


Abbildung 4.20: “`doublepole~`“ Objekt in PD

Zusätzlich wird über das “`z~`“ Objekt die um ein Sample verzögerte Variante des Bandpassfilters erzeugt.

Anschließend werden alle Bandpasskanäle eines Filterkanals mit dem “`mtx_mult~`“ Objekt, siehe Abb.(4.21), verbunden.

Hier werden alle Eingangssampels mit der Gewichtungsmatrix multipliziert, sodass als Ausgang dieses Filterkanals ein Sample für jeden Ausgang der gesamten



Abbildung 4.21: “*mtx_mult*~“ Objekt in PD

Filterbank berechnet wird.

Im Anschluss werden alle Ausgänge der Filterkanäle für einen Ausgang der Filterbank auf addiert. Die Gesamtstruktur ist in Abb.(4.22) zu sehen und entspricht der bereits bekannten aus Abb.(4.8). Die Implementierung einer einzelnen parallelen Filterbank, mit 48 Polstellen, für einen Eingangskanal in PD zeigt Abb.(4.23). In diesem Fall wurde aus Kompatibilitätsgründen zur Realisierung das “*biquad*~“ Objekt verwendet.

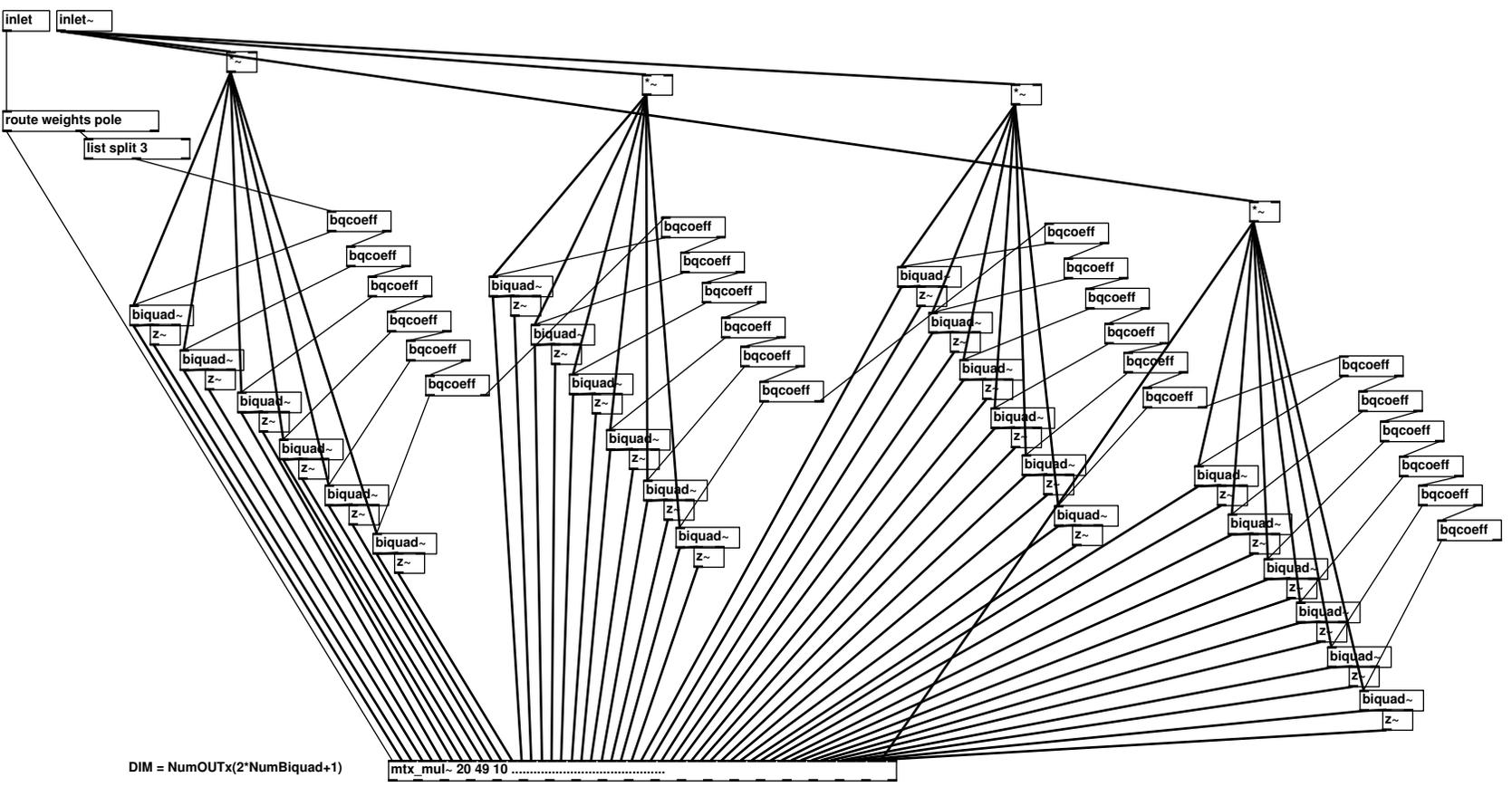


Abbildung 4.23: Einzelne parallele Filterbank, “*pf_x_biquad ~ 48*”, mit 48 Polstellen
in PD.

Kapitel 5

Radiale Filter in der Ambisonics-Domäne

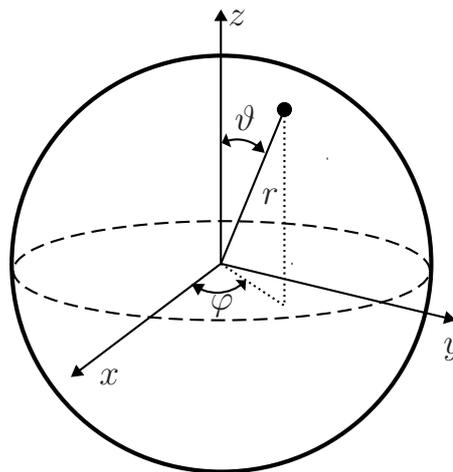


Abbildung 5.1: Definition der Kugelkoordinaten.

Die verwendeten kugelförmigen Anordnungen haben den Vorteil, dass das Schallfeld in allen Richtungen aufgenommen bzw. wiedergegeben werden kann. Es gibt kein vorn oder hinten mehr und damit keine Verwechslung zwischen diesen. Um dies zu beschreiben wird die Wellengleichung in Kugelkoordinaten gelöst [Wil99] [Zot09]. Die Kugelkoordinaten, sie Abb.(5.1), sind wie folgt definiert:

$$x = r \sin(\vartheta) \cos(\varphi) \quad (5.1)$$

$$y = r \sin(\vartheta) \sin(\varphi) \quad (5.2)$$

$$z = r \cos(\vartheta). \quad (5.3)$$

Das Ergebnis der Wellengleichung

$$p_h = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (b_{nm} j_n(kr) + c_{nm} h_n(kr)) Y_n^m(\varphi, \vartheta), \quad (5.4)$$

$$v_h = \frac{i}{\rho_0 c} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (b_{nm} j'_n(kr) + c_{nm} h'_n(kr)) Y_n^m(\varphi, \vartheta) \quad (5.5)$$

beschreibt den Schalldruck bzw. die Schallschnelle für ein- und auslaufende Schallfelder. Hierbei sind $j_n(kr)$, $j'_n(kr)$ die sphärischen Besselfunktionen und deren Ableitungen, $h_n(kr)$, $h'_n(kr)$ die sphärischen Hankelfunktionen zweiter Art und die entsprechenden Ableitungen. b_{nm} und c_{nm} sind die Koeffizienten, welche die ein- bzw. auslaufenden Wellen beschreiben. Dieses Koeffizienten werden Wellenspektrum genannt. $Y_n^m(\varphi, \vartheta)$ sind die Kugelflächenfunktionen. n steht für die jeweilige Ordnung und m für den Grad. In Abb.(5.2) sind die Kugelflächenfunktionen für $N = 3$ dargestellt. Im Folgenden wird genauer auf die einzelnen Teile der Wellengleichung eingegangen.

5.1 Schallfeldverteilung auf einer Kugeloberfläche

Die Transformation zwischen Ambisonics-Signalen und physikalischen Signalen geschieht mit Hilfe von einem Dekoder bzw. Kodierer. Der Kodierer tastet eine Funktion $f(\varphi, \vartheta)$ auf der Kugel ab und zerlegt sie in Kugelflächenfunktionen $Y_n^m(\varphi, \vartheta)$. Diese Transformation kann man sich als eine Art räumliche Fouriertransformation, siehe [OSB04], auf einer Kugeloberfläche vorstellen. Die Kugelflächenfunktionen beschreiben verschiedene Schwingungsmuster auf der Kugeloberfläche. Diese sind in Abb.(5.2) für $N = 3$ dargestellt.

$$\phi_{nm} = \int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} f(\varphi, \vartheta) Y_n^m(\varphi, \vartheta) d\varphi \sin(\vartheta) d\vartheta \quad (5.6)$$

ist die Quellstärkeverteilung auf der Kugeloberfläche, welche die Funktion $f(\varphi, \vartheta)$ auf einem bestimmten Radius beschreibt. Aus ϕ_{nm} lässt sich durch Aufsummieren

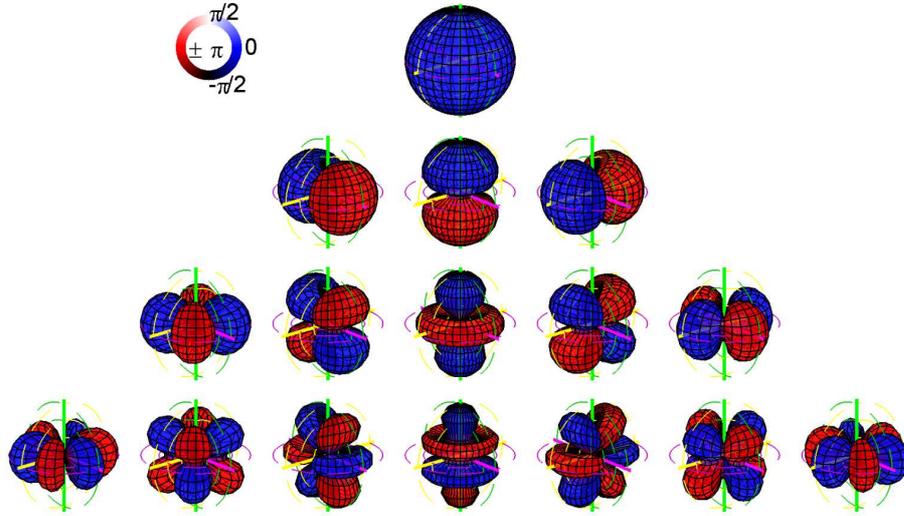


Abbildung 5.2: Kugelflächenfunktionen $Y_n^m(\varphi, \vartheta)$ bis zur dritten Ordnung [Pom08].

der gewichteten Kugelflächenfunktionen die ursprüngliche Funktion

$$f(\varphi, \vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \phi_{nm} Y_n^m(\varphi, \vartheta) \quad (5.7)$$

rekonstruieren [ZP12]. Die Kugelflächenfunktionen

$$Y_n^m(\varphi, \vartheta) = N_n^{|m|} P_n^{|m|} \cos(\vartheta) \begin{cases} \cos(m\varphi) & , m \geq 0 \\ \sin(m\varphi) & , m < 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

setzen sich aus dem Faktor $N_n^{|m|}$ und den Legendre-Funktionen der 1. Art $P_n^{|m|}$ zusammen [Zot09]. Der Faktor $N_n^{|m|}$ ist definiert als

$$N_n^{|m|} = \sqrt{\frac{(n - |m|)!(2 - \delta_m)}{4\pi(n + |m|)!}}, \quad (5.9)$$

und dient als Normierung, sodass die Kugelflächenfunktionen folgende Orthogonalitätsbeziehung einhalten:

$$\int_{\vartheta=0}^{\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} Y_n^m(\varphi, \vartheta) Y_{n'}^{m'}(\varphi, \vartheta) d\varphi \sin(\vartheta) d\vartheta = \delta_{nn'} \delta_{mm'}. \quad (5.10)$$

So lässt sich das Schallfeld durch die Kugelflächenfunktionen in der Ambisonics-Domäne auf einem fixen Radius beschreiben.

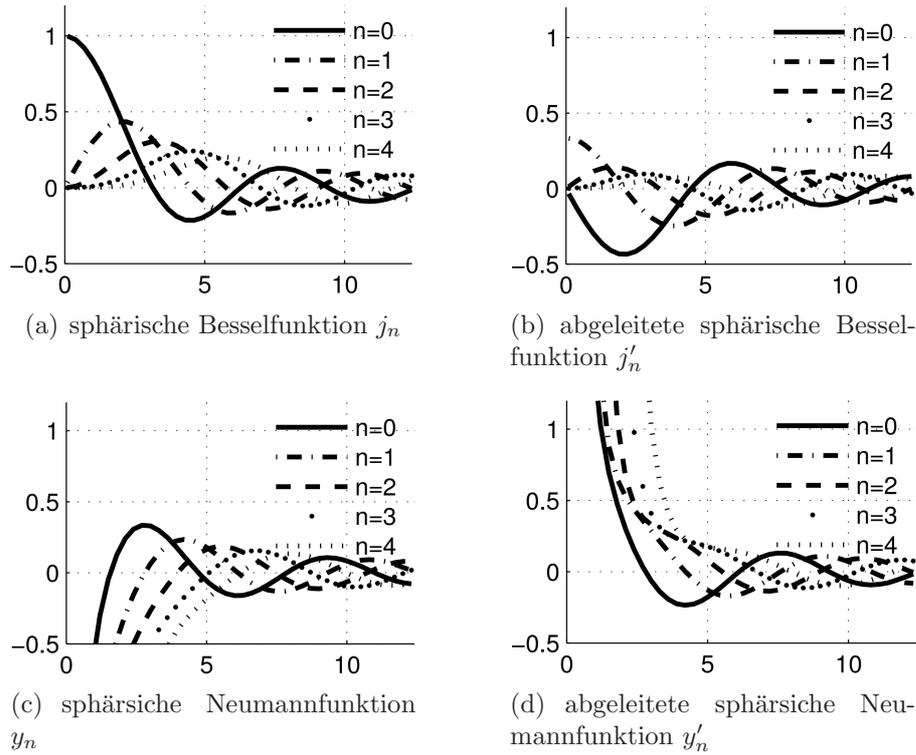


Abbildung 5.3: Sphärische Ausbreitungsfunktionen [Zot09].

Radiale Ausbreitung des Schallfeldes Um nun das Schallfeld auf einem beliebigen Radius beschreiben zu können, müssen die sphärischen Wellenspektren in Abhängigkeit vom Radius skaliert werden. Diese Skalierung wird für den Schalldruck einfallende Schallfelder durch die sphärischen Hankelfunktionen $h_n(kr)$ zweiter Art und für den Schalldruck auslaufende Schallfelder durch die sphärischen Besselfunktionen $j_n(kr)$ beschrieben. Die radiale Schallschnelle wird von den jeweiligen Ableitungen $h'_n(kr)$ und $j'_n(kr)$ skaliert. Beide Funktionen skalieren die Kugelflächenfunktionen in jeder Ordnung individuell. Die sphärischen Hankelfunktionen

$$h_n(kr) = j_n(kr) - iy_n(kr) \quad (5.11)$$

sind zusammengesetzt aus den sphärischen Besselfunktionen $j_n(kr)$ und den sphärischen Neumannfunktionen $y_n(kr)$. In Abb.(5.3) wird deren Verlauf und der ihrer Ableitungen für die Ordnungen null bis vier dargestellt. Die sphärischen Hankelfunktionen sind die Grundlage für die Radialfilter, welche es ermöglichen, das Schallfeld an verschiedenen Radii zu betrachten.

5.1.1 Radialfilter für kugelförmige Lautsprecher- und Mikrofonanordnungen

Im Folgenden wird ein kurzer Überblick über die Funktionsweise der Radialfilter gegeben. Die optimierte Variante der Radialfilter, wird in Kapitel (5.4) vorgestellt.

Mikrophonarray Im Fall des kugelförmigen Mikrophonarrays ist die Quellstärkeverteilung an Quellradius r_q interessant. Diese kann durch die sphärischen Hankelfilter als Wellenspektrum

$$b_{nm} = ik h_n(kr_q) \phi_{nm}(r_q) \quad (5.12)$$

beschrieben werden. b_n beschreibt einfallende Wellenfelder, wie es bei einem kugelförmigen Mikrophonarray der Fall ist und ist unabhängig vom Radius.

Die Mikrofonkapseln auf der Kugeloberfläche messen den Schalldruck am Radius R , dieser wird durch das sphärische Wellenspektrum $\psi_{nm}(kR)$ repräsentiert [Zot09].

$$b_{nm} = i(kR)^2 h'_n(kR) \psi_{nm}(kR) \quad (5.13)$$

ist das Wellenspektrum, welches die gemessenen Schalldrücke auf der Kugeloberfläche darstellt. Diese können nun durch die sphärischen Hankelfunktionen unabhängig vom Radius beschrieben werden.

Um eine Aussage über die Quellstärkeverteilung am Radius r_q machen zu können, müssen die beiden Wellenspektren äquivalent sein. Werden (5.12)(5.13) zusammen genommen, so kann abhängig vom Schalldruck an den Kapseln auf dem kugelförmigen Mikrophonarray die Quellstärkeverteilung

$$\phi_{nm}(r) = kR^2 \frac{h'_n(kR)}{h_n(kr)} \psi_{nm}(kR) \quad (5.14)$$

an einem beliebigen Radius $r < r_q$ beschrieben werden.

Abb.(5.4) zeigt die Radialfilter für das bereits vorgestellte Eigenmike-Mikrophonarray, mit einem Radius $R = 4,2\text{cm}$ und der Ordnung $N = 4$. Der Radius, an dem das Schallfeld aufgenommen wird, ist auf $r = 3\text{m}$ eingestellt. Es zeigt sich eine Abflachung der Filterkurven ab einer Frequenz von ca. 100Hz , diese ist Abhängig vom Radius r_q . Des Weiteren zeigt die Abb.(5.4) die starke Anhebung der Signale zu tiefen Frequenzen hin, je höher die Ordnung, desto stärker die Anhebung. Dies ist notwendig, da die Schalldruckunterschiede zwischen den benachbarten Mikrofonkapseln bei tiefen

Frequenzen immer geringer werden. Diese Unterschiede sind besonders bei hohen Ordnungen wichtig, da diese komplexe Schalldruckverteilungen auf der Kugeloberfläche beschreiben. Diese komplexen Schalldruckverteilungen sind in Abb.(5.2) zu sehen.

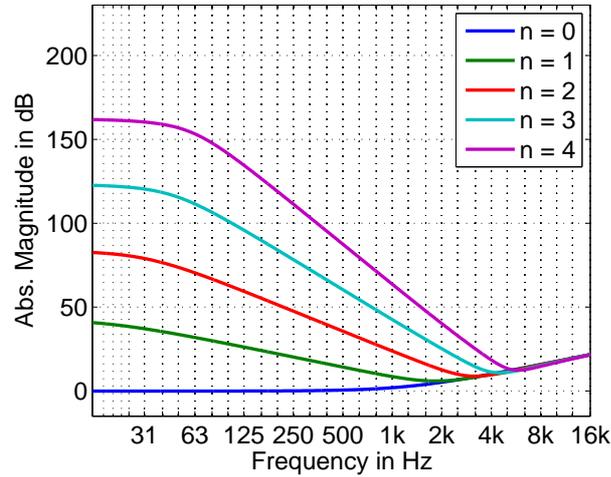


Abbildung 5.4: Radialfilter für das Eigenmike Mikrophonarray für einem Aufnahme-radius von $r_q = 3$ m.

Lautsprecheranordnung In diesem Fall ist das Ziel, durch das Vorgeben der Membranschnellen am Radius R der Lautsprecheranordnung den Schalldruck auf einer kugelförmigen Oberfläche am Radius r_p zu steuern. Auf den Zusammenhang zwischen Membranschnellen und der Schnelleverteilung ν_{nm} am Radius R wird später eingegangen.

Da es sich um ein ausstrahlendes Schallfeld handelt ist

$$\nu_{nm} = \frac{i}{\rho_0 c} h'_n(kR) c_{nm} \quad (5.15)$$

die radiale Schnelle am Radius der Lautsprecheranordnung. Daraus ergibt sich das Wellenspektrum

$$c_{nm} = \frac{\rho_0 c}{i h'_n(kR)} \nu_{nm}. \quad (5.16)$$

Das Wellenspektrum, welches die Wiedergabe des Schalldrucks am Radius r_p beschreibt, ist wie folgt gegeben

$$c_{nm} = \frac{1}{h_n(kr_q)} \psi_{nm}. \quad (5.17)$$

Auch in diesem Fall sind die Wellenspektren äquivalent, sodass sich

$$\psi_{nm}(kr_p) = \frac{\rho_0 c}{i} \frac{h_n(kr_q)}{h'_n(kR)} \nu_{nm}(kR) \quad (5.18)$$

für das sphärische Wellenspektrum am Wiedergaberadius ergibt.

Abb.(5.5) zeigt die Radialfilter für den bereits vorgestellten Ikosaederlautsprecher mit einem Radius von $R = 30$ cm und der Ordnung $N = 3$. Der Radius, an dem das Schallfeld reproduziert werden soll, ist auf $r = 3$ m eingestellt. Es zeigt sich eine Abflachung der Filterkurven ab ca.60 Hz. Des Weiteren zeigt Abb.(5.5) die starke Anhebung der Signale zu tiefen Frequenzen hin. Je höher die Ordnung ist desto stärker ist die Anhebung. Auch in diesem Fall werden die tiefen Frequenzen bei hohen Ordnungen stark verstärkt, um die komplexen Schalldruckmuster zu erzeugen. Die hohe Verstärkung ist Notwendig, um in den tiefen Frequenzen, trotz der räumlichen Dichte zwischen den Lautsprecherchassis auf der kugelförmigen Lautsprecheranordnung, Schalldruckunterschiede zu erreichen. Im Vergleich zu den in Abb.(5.4) dargestellten Radialfiltern für das Eigenmike Mikrophonarray, zeigt sich eine Kippung der gesamten Filterkurven im Uhrzeigersinn. Dies geschieht, da in (5.18) im Vergleich zu (5.14) der Differenzierer nicht vorhanden ist.

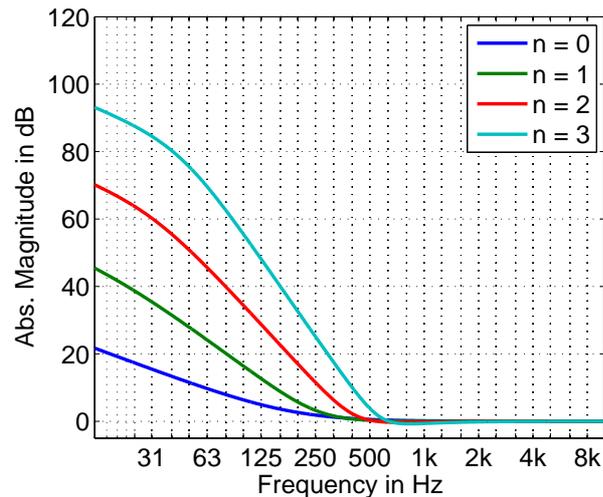


Abbildung 5.5: Radialfilter für den Ikosaederlautsprecher mit einem Wiedergaberadius von $r_p = 3$ m.

5.1.2 Radiale Schnelle auf einer Kugelkappe

Da bei einem Lautsprecher nur an den Membranen der einzelnen Lautsprecherchassis die Schnelle gesteuert werden kann, braucht es ein Modell, wie man anhand einer lokal beschränkten Schnelle die radiale Schnelle auf einer Kugeloberfläche beschreiben kann. Dies erfüllt das Kugelkappenmodell [Zot09] [ZP12], welches die einzelnen Membranen als runde Ausschnitte auf der Kugeloberfläche betrachtet, welche sich kolbenartig bewegen.

Als Grundlage dient die Beschreibung einer Prototypenfläche a mit dem Öffnungswinkel α , welche am Nordpol definiert ist

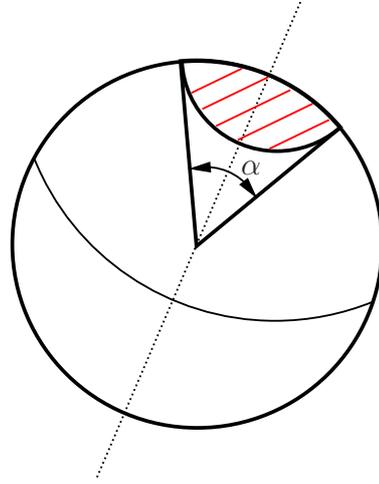


Abbildung 5.6: Prototypenfläche a mit Öffnungswinkel α .

$$\alpha^{Pt}(\vartheta) = u\left(\cos(\vartheta) - \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right). \quad (5.19)$$

Diese Fläche kann nun durch Faltung mit einer Deltafunktion an jede Position auf der Kugeloberfläche verschoben werden

$$a(\varphi_p, \vartheta_p) = a^{Pt}(\vartheta) \star \delta(\varphi - \varphi_p) \delta(\cos(\vartheta) - \cos(\vartheta_p)). \quad (5.20)$$

Um nun im Anschluss die Fläche mit einer Schnelle in der Ambisonics-Domäne verknüpfen zu können, muss diese transformiert werden

$$a_n^{Pt}(\alpha) = \sqrt{(2n+1)\frac{\pi}{2}} \begin{cases} \cos(\frac{\alpha}{2}) P_n(\cos(\frac{\alpha}{2})) - P_{n-1}(\cos(\frac{\alpha}{2})), & n > 0 \\ 1 - \cos(\frac{\alpha}{2}), & n = 0 \end{cases}. \quad (5.21)$$

Es handelt sich hierbei noch um den Prototypen, für diesen wird im folgenden ein fixen Öffnungswinkel α angenommen. Um diesen nun an die richtige Stelle zu bringen, wird er mit den Kugelflächenfunktion an der entsprechenden Stelle multipliziert

$$a_{nm}^{(p)} = a_n^{Pt} Y_n^m(\varphi_p, \vartheta_p). \quad (5.22)$$

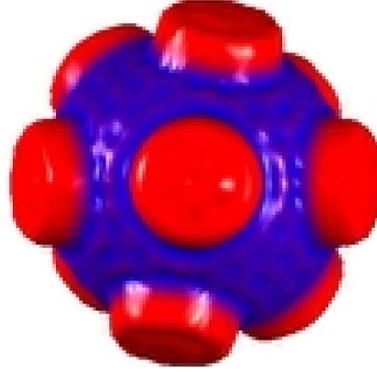


Abbildung 5.7: Neun gleichphasig ausgelenkte, runde Flächenelemente auf einer Kugel [Ker10].

Dies ist möglich, da die Transformierte einer Deltafunktion auf der Kugeloberfläche durch die Kugelflächenfunktionen an der entsprechenden Position beschrieben werden kann.

Wenn nun alle Lautsprechermembranen durch solch eine Fläche dargestellt werden, ergibt sich mit

$$\mathbf{a}^{Pt} = [a_0^{Pt} \ a_1^{Pt} \ a_1^{Pt} \ a_1^{Pt} \ a_1^{Pt} \ \dots \ \underbrace{a_n^{Pt} \ \dots \ a_n^{Pt}}_{2n+1}] \quad (5.23)$$

folgende Matrix:

$$\mathbf{A} = \text{diag}\{\mathbf{a}^{Pt}\} \mathbf{Y}. \quad (5.24)$$

\mathbf{Y} beinhaltet die Kugelflächenfunktionen für jede Position l bis zur höchsten Ordnung N und ist wie folgt aufgebaut:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} Y_0^0(\varphi_1, \vartheta_1) & Y_0^0(\varphi_2, \vartheta_2) & \dots & Y_0^0(\varphi_L, \vartheta_L) \\ Y_1^{-1}(\varphi_1, \vartheta_1) & Y_1^{-1}(\varphi_2, \vartheta_2) & \dots & Y_1^{-1}(\varphi_L, \vartheta_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_N^N(\varphi_1, \vartheta_1) & Y_N^N(\varphi_2, \vartheta_2) & \dots & Y_N^N(\varphi_L, \vartheta_L) \end{pmatrix}. \quad (5.25)$$

Nun kann jedem Flächenelement, jedes repräsentiert eine der L Membranen auf der Lautsprecheranordnung, eine Schnelle $\mathbf{v}_l = [v_1 v_2 \cdots v_L]^T$ zugeordnet werden

$$\boldsymbol{\nu} = \mathbf{A} \mathbf{v}. \quad (5.26)$$

Abb.(5.7) zeigt exemplarisch die Flächenelemente auf der Kugeloberfläche bei voller Auslenkung.

5.2 Ambisonics-Kodierer

Der Kodierer zerlegt die gemessenen Schalldrücke $p(\varphi, \vartheta)$ auf der Kugeloberfläche in die Kugelflächenfunktionen $Y_n^m(\varphi, \vartheta)$. Der Index n beschreibt die Ordnung von 0 bis N , und m den entsprechenden Grad von $-n$ bis $+n$.

$$\mathbf{y}^T(\varphi, \vartheta) = \left[Y_0^0(\varphi, \vartheta) \cdots Y_N^N(\varphi, \vartheta) \right] \quad (5.27)$$

besteht aus allen Kugelflächenfunktionen um einen Abtastpunkt in der Ambisonics-Domäne im Winkel zu beschreiben. Auf diese Weise lassen sich die Schalldrücke an allen Positionen der Mikrofonkapseln beschreiben.

$$\mathbf{E}^v = \begin{pmatrix} \mathbf{y}^T(\varphi_1, \vartheta_1) \\ \mathbf{y}^T(\varphi_2, \vartheta_2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}^T(\varphi_V, \vartheta_V) \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

ist der Kodierer und enthält für alle Kapseln V die Kugelflächenfunktionen bis zur Ordnung N . So ergibt sich zusammen mit dem Schalldruckvektor

$$\mathbf{P}^v(kR) = \begin{pmatrix} p(kR, \varphi_1, \vartheta_1) \\ p(kR, \varphi_2, \vartheta_2) \\ \vdots \\ p(kR, \varphi_V, \vartheta_V) \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

das sphärische Wellenspektrum

$$\boldsymbol{\psi}(kR) = (\mathbf{E}^v)^\dagger \mathbf{P}^v(kR). \quad (5.30)$$

ψ ist am Radius R definiert und von k abhängig, zur besseren Lesbarkeit wird diese Abhängigkeit im weiteren Text vereinfacht dargestellt.

5.3 Ambisonics-Dekoder

Der Dekoder wertet die Kugelflächenfunktionen am Lautsprecherradius R aus, um so die Ansteuerungssignale für die einzelnen Chassis zu erhalten. Da die Schnelle einer Lautsprechermembran proportional zur angelegten Spannung ist, kann so direkt die Steuerspannung für jedes Chassis bestimmt werden. Mit Hilfe der in (5.26) beschriebenen Matrix A , werden die Kugelflächenfunktionen im Bereich der einzelnen Chassis ausgewertet. Da die Ordnung der Lautsprecheranordnung auf $N = 3$ beschränkt ist, werden die Kugelflächenfunktionen nur bis zu dieser Ordnung ausgewertet.

Die in der Ordnung beschränkte Matrix ist quadratisch und kann daher einfach invertiert werden. \mathbf{A}^{-1} wird Dekodermatrix genannt, da sie die Schnelle in der Ambisonics-Domäne in die tatsächliche Schnelle der Membran dekodiert. Daraus lässt sich die Steuerspannung \mathbf{v}_l für die Lautsprecherchassis berechnen

$$\mathbf{v} \propto \mathbf{u} = \mathbf{A}_N^{-1} \boldsymbol{\nu}_N. \quad (5.31)$$

Dies ist die Grundlage, um die Abstrahlung eines Schallfeldes von der Ikosaederoberfläche steuern zu können. In der Ambisonics-Theorie lassen sich so gesteuerte Schallfeldmuster erzeugen.

In beiden Fällen muss der Dekoder bzw. Kodierer die Positionen der Lautsprecherchassis bzw. Mikrofonkapseln auf der Kugeloberfläche kennen. Des Weiteren werden Radialfilter benötigt, die das Schallfeld an einem bestimmten Radius scharf stellen. Dasselbe Prinzip gilt bei der Aufnahme eines Schallfeldes mit Hilfe einer kugelförmigen Mikrofonanordnung, hier wird der Aufnahmeradius mit Hilfe der Radialfilter eingestellt.

5.4 Radialfilter

5.4.1 Radialfilter für eine kugelförmige Mikrofonanordnung mit fester Oberfläche

Nachdem vorweg bereits ein kurzer Überblick über die Radialfilter bei einer kugelförmigen Mikrofonanordnung gegeben wurde, werden diese nun im Detail erklärt. Zusätzlich wird angenommen, dass sich die Schallquelle im Fernfeld befindet um eine optimierte Implementierung der Radialfilter zu ermöglichen.

Die sphärische Wellenspektren für den Schalldruck und die radiale Schallschnelle sind:

$$\begin{aligned}\psi_{nm}(kr) &= b_{nm}j_n(kr) + c_{nm}h_n(kr) \\ \nu_{nm}(kr) &= \frac{i}{\rho_0 c} b_{nm}j'_n(kr) + c_{nm}h'_n(kr).\end{aligned}\quad (5.32)$$

Da die Oberfläche der Mikrofonanordnung fest ist, ergibt sich für die radiale Schallschnelle am Mikophonarrayradius R

$$\nu_{nm}(kR) = 0, \quad (5.33)$$

somit ist das ausstrahlende Wellenspektrum

$$c_{nm} = -\frac{j'_n(kR)}{h'_n(kR)} b_{nm}. \quad (5.34)$$

Damit berechnet sich das sphärische Wellenspektrum für den Schalldruck zu

$$\psi_{nm}(kR) = b_{nm} \left(j_n(kR) - h_n(kR) \frac{j'_n(kR)}{h'_n(kR)} \right). \quad (5.35)$$

Mit Hilfe der Wronski-Determinante sphärischer Besselfunktionen

$$j_n(kr)h'_n(kr) - j'_n(kr)h_n(kr) = \frac{1}{i(kr)^2}, \quad (5.36)$$

ergibt sich für das einfallende Wellenspektrum

$$\psi_{nm} = \frac{1}{i(kR)^2} \frac{b_{nm}}{h'_n(kR)}. \quad (5.37)$$

Das Wellenspektrum einer Quellstärkeverteilung ϕ_{nm} am Radius r_q ist wie folgt definiert:

$$b_{nm} = ik h_n(kr_q) \phi_{mn}. \quad (5.38)$$

So ergibt sich durch Einsetzen von (5.37) in (5.38) folgende Quellstärkeverteilung

$$\phi_{nm} = \frac{kR^2 h'_n(kR)}{h_n(kr_q)} \psi_{nm}. \quad (5.39)$$

Diese Beschreibung der Quellstärkeverteilung kann nun vereinfacht werden, indem man annimmt, dass sich die Schallquelle im Fernfeld befindet $r_q \rightarrow \infty$. In [Zot09] wird gezeigt, dass für die Fernfeldnäherung der sphärischen Hankelfunktion $h_n(kr)$

$$\lim_{r_q \rightarrow \infty} h_n(kr_q) = \frac{i^{(n+1)} e^{-ikr_q}}{kr_q} \quad (5.40)$$

gilt. Wenn man diese Fernfeldapproximation für die sphärische Hankelfunktion am Quellradius in (5.39) einsetzt vereinfacht sich die Quellstärkeverteilung zu

$$\phi_{nm} = r_q (kR)^2 h'_n(kR) e^{ikr_q} (-i)^{n+1} \psi_{nm}. \quad (5.41)$$

Dies kann man weiter vereinfachen, indem man alle Konstanten und Verzögerungen in $\alpha_1 = R^2 r_q e^{ikr_q}$ zusammenfasst

$$\phi_{nm} = \alpha_1 k^2 h'_n(kR) (-i)^{n+1} \psi_{nm}. \quad (5.42)$$

Durch diesen Radialfilter lässt sich eine Quellstärkeverteilung im Fernfeld aus dem sphärischen Wellenspektrum an der Oberfläche des Mikrophonarrays am Radius R berechnen.

Abb.(5.8b) zeigt die Radialfilter für das Eigenmike Mikrophonarray, im Vergleich zu Abb.(5.4) fehlt der Knick der Filterfrequenzgänge bei tiefen Frequenzen. Dieser verschwindet durch die Fernfeldapproximation. Abb.(5.8a) zeigt die Radialfilter für einen Aufnahmeadius von $r_q = 10$ m. Es ist in diesem Fall zu sehen, dass die Filter denen der Fernfeldapproximation entsprechen.

Abb.(5.9) zeigt die Verteilung der Pol- und Nullstellen der Radialfilter am Einheitskreis in der z-Ebene. Die Nullstelle bei 0 Hz entsteht durch den Differenzierer. Im Kapitel (5.5.7) wird gezeigt, wie sich die Polstellen bei 0 Hz durch Nullstellen weiterer Filter bei 0 Hz kürzen und so eine stabile Implementierung gewährleistet wird.

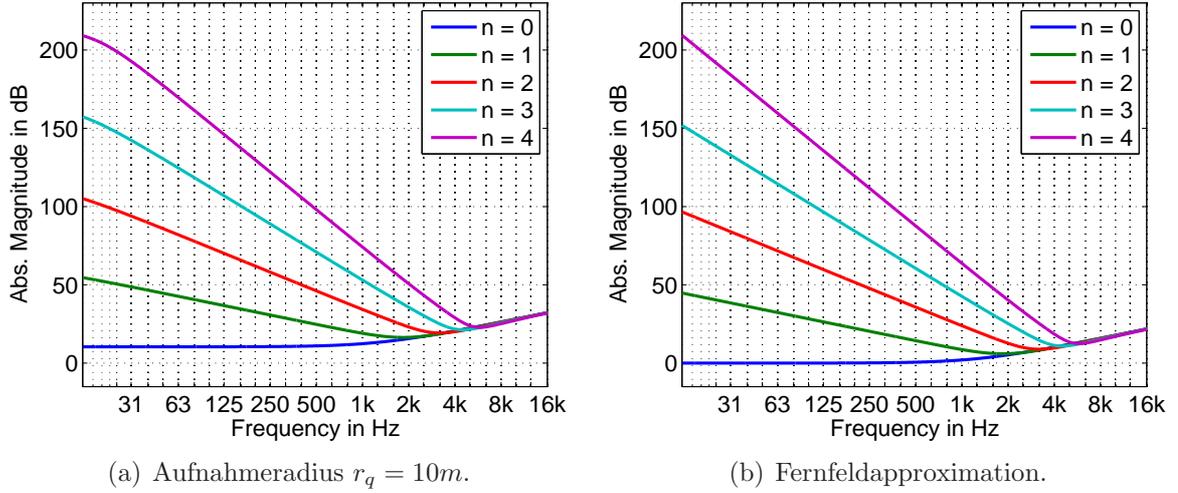


Abbildung 5.8: Radialfilter für das Eigenmike.

5.4.2 Radialfilter für eine kugelförmige Lautsprecheranordnung mit fester Oberfläche

Im entgegen gesetzten Fall, wenn ein Schallfeld von einem kugelförmigen Lautsprecher auf eine Wiedergaberadius projiziert werden soll, werden auch Radialfilter benötigt. Diese sind vom Aufbau ähnlich zu den bereits vorgestellten Radialfiltern für eine kugelförmiges Mikrophonarray. Auch hier ist der Ausgangspunkt für die Berechnung die sphärischen Wellenspektren für Schalldruck und radialer Schallschnelle (5.32). Da in diesem Fall ein Schallfeld abgestrahlt wird, ist $b_{nm} = 0$. So ergibt sich das auslaufende Wellenspektrum wie folgt:

$$c_{nm} = \frac{\rho_0 c}{i h'_n(kR)} \nu_{nm}. \quad (5.43)$$

Der Schalldruck am Wiedergaberadius r_p ergibt sich durch Einsetzen von (5.43) in (5.32) zu

$$\psi_{nm} = \frac{\rho_0 c}{i} \frac{h_n(kr_p)}{h'_n(kR)} \nu_{nm}, \quad (5.44)$$

und daraus die radiale Schallschnelle zu

$$\nu_{nm} = \frac{i}{\rho_0 c} \frac{h'_n(kR)}{h_n(kr_p)} \psi_{nm}. \quad (5.45)$$

Im Falle der meisten Anwendungen der Lautsprecheranordnung kann angenommen werden, dass sich der Radius für die Wiedergabe r_p im Fernfeld befindet. So lässt sich

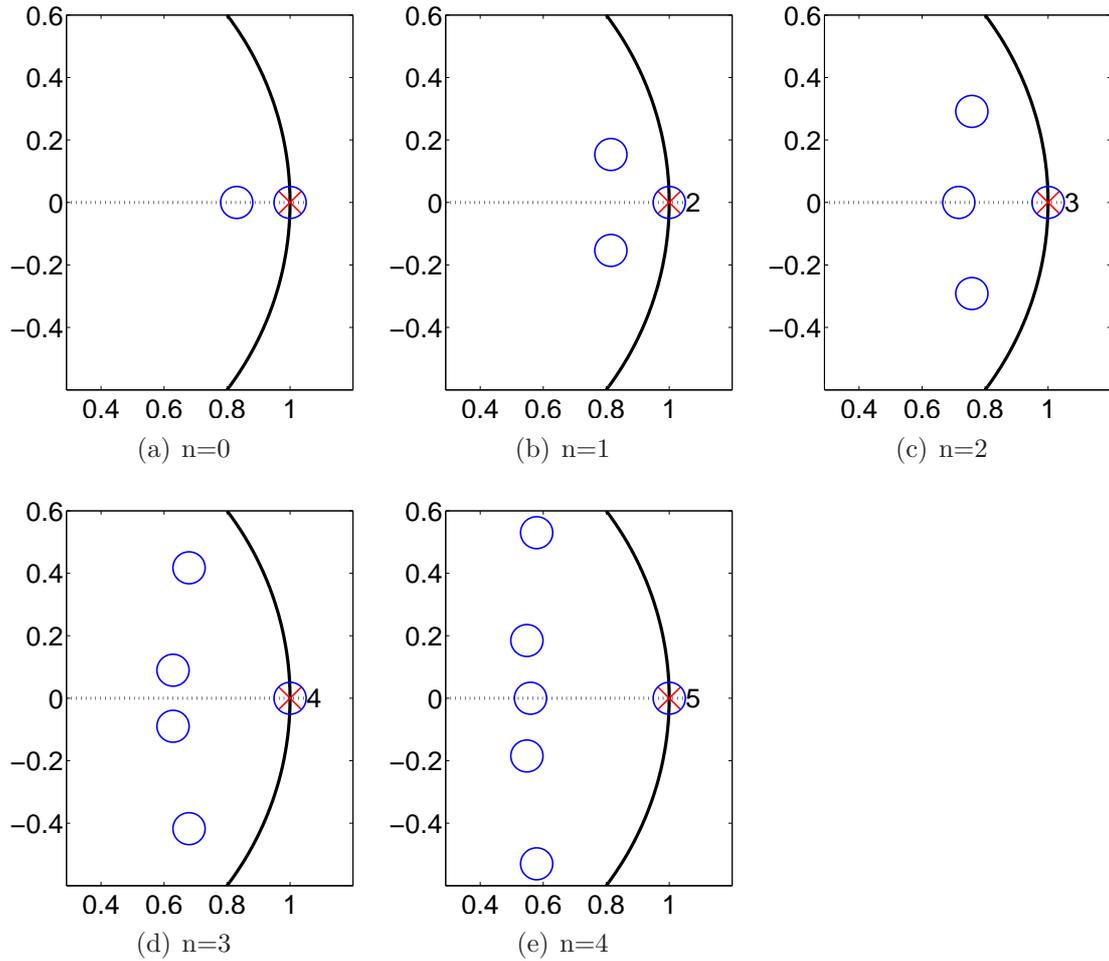


Abbildung 5.9: Polstellen- (rot)- und Nullstellen- (blau) Verteilung der Radialfilter in der z -Ebene für das Eigenmikro, mit einer mehrfachen Polstelle bei 0 Hz.

auch hier die Fernfeldapproximation für die sphärische Hankelfunktion verwenden. Mit (5.40) gilt für die radiale Schallschnelle für $\lim_{r_p \rightarrow \infty}$

$$\begin{aligned}
 v_{nm} &= \frac{i}{\rho_0 c} \frac{h'_n(kR) k r_p}{i^{(n+1)} e^{-i k r_p}} \psi_{nm} \\
 &= \alpha_2 k h'_n(kR) (-i)^{(n+1)} \psi_{nm}.
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

Der Faktor α_2 beinhaltet die Konstanten und Verzögerungen $\alpha_2 = \frac{i}{\rho_0 c} r_p e^{i k r_p}$.

Abb.(5.10b) zeigt die Radialfilter für den Ikosaederlautsprecher, im Vergleich zu Abb.(5.5) fehlt der Knick der Filterfrequenzgänge bei tiefen Frequenzen. Dieser verschwindet durch die Fernfeldapproximation. Abb.(5.10a) zeigt die Radialfilter für

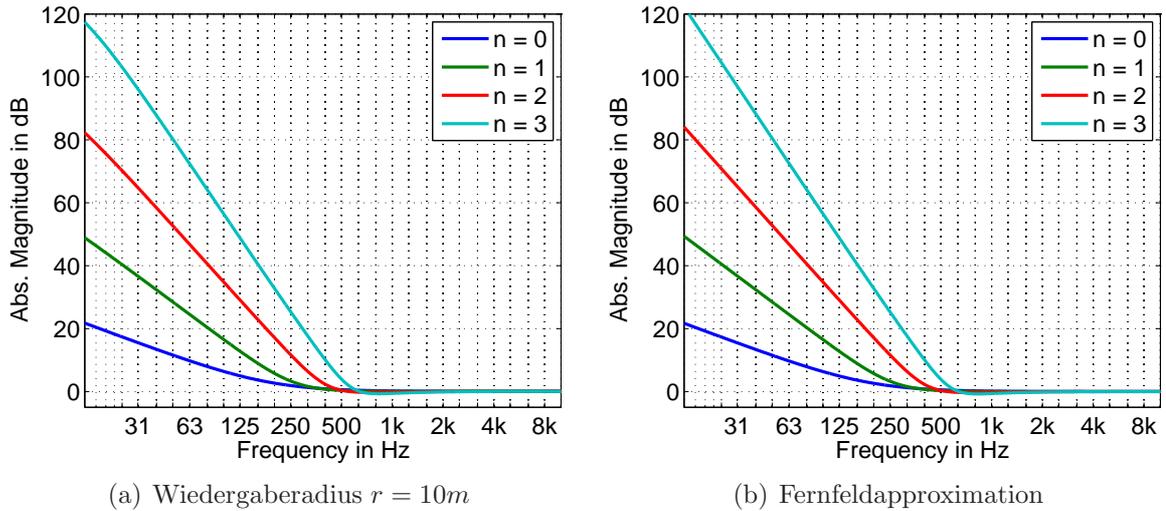


Abbildung 5.10: Radialfilter für den Ikosaederlautsprecher.

einen Wiedergaberadius von $r_p = 10m$. Hier zeigt sich, dass die Fernfeldapproximation einer Wiedergabe bei einem Radius von 10 m entspricht.

In Abb.(5.11) wird die Verteilung der Pol- und Nullstellen der Radialfilter für den Ikosaederlautsprecher in der z-Ebene dargestellt. Je höher die Filterordnung, desto höher wird die Anzahl an Polstellen bei 0 Hz. Diese Polstellen werden durch Filter, welche im weiteren Verlauf beschrieben werden, gekürzt. So können die Radialfilter in einer Kombination mit einer Bandpassfilterbank effizient und stabil implementiert werden.

5.4.3 Allgemeine Radialfilter

Im direkten Vergleich zeigt sich, dass beide Ausdrücke (5.42) und (5.46) bis auf die Konstante k gleich sind.

So lässt sich ein Filter

$$H(kR) = (-i)^{(n+1)} h'_n(kR) k \quad (5.47)$$

definieren, welcher sich als Radialfilter für eine kugelförmige Lautsprecheranordnung verwenden lässt. Derselbe Filter kann auch bei einem kugelförmigen Mikrophonarray genutzt werden. Hierzu wird dem Filter ein differenzierendes Element k vorgeschaltet. Die Bestimmung der radialen Schnelle in (5.46) lässt sich nun umschreiben zu

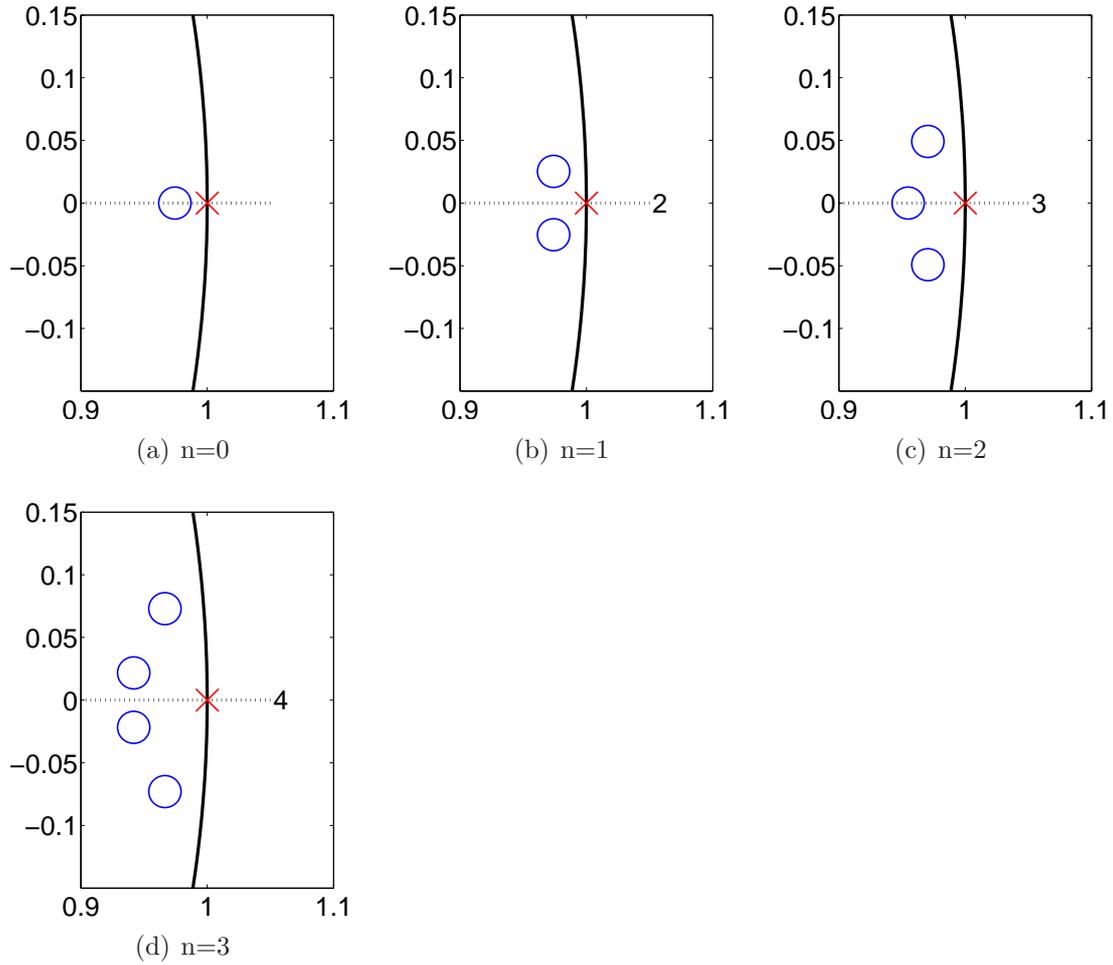


Abbildung 5.11: Polstellen-(rot) und Nullstellen-(blau) Verteilung der Radialfilter in der z -Ebene für den Ikosaederlautsprecher mit einer mehrfachen Polstelle bei 0 Hz. Im Vergleich zu Abb.(5.9) fehlt die Nullstelle des Differenzierers.

$$\nu_{nm} = \psi_{nm} \alpha_2 H_n(kR), \quad (5.48)$$

und im Falle des kugelförmigen Mikrophonarray ergibt sich die Quellstärkeverteilung aus (5.42) wie folgt

$$\phi_{nm} = \psi_{nm} \alpha_1 k H_n(kR). \quad (5.49)$$

An dieser Stelle ist zu beachten, dass der Radius R jeweils den Radius der Lautsprecheranordnung bzw. den des Mikrophonarrays darstellt.

5.4.4 Implementierung der Radialfilter

Die Radialfilter bestehen aus sphärischen Hankelfunktionen der zweiten Art $h_n = j_n(kr) - i y_n(kr)$. Diese wiederum sind, wie bereits beschrieben, zusammengesetzt aus den sphärischen Besselfunktionen, $j_n(kr)$ als Realteil und den sphärischen Neumannfunktionen $y_n(kr)$ als Imaginärteil, welche in Abb.(5.3) zu sehen sind [ZP12]. Die Grundform der Filter

$$h_n(kr) = -i^n \frac{e^{-i kr}}{(i kr)^{n+1}} \sum_{l=0}^n \frac{(n+l)!}{l!(n-l)!2^l} (i kr)^{n-l}, \quad (5.50)$$

wie auch deren Ableitungen

$$h'_n(kr) = h_{n-1}(kr) - \frac{n+1}{kr} h_n(kr) \quad (5.51)$$

sind im Laplacebereich beschrieben. Die zeitkontinuierlichen Filter werden mit Hilfe der modifizierten Impulsinvarianzmethode in zeitdiskrete Filter transformiert [Pom08]. Die Impulsinvarianzmethode hat gegenüber der Bilinärtransformation den Vorteil, dass die Beziehung zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Frequenz linear und damit besser der akustisch vorgeschriebenen Übertragungsfunktion entspricht. Sie kann nur für bandbegrenzte Filter angewendet werden, was für die betreffenden Hankelfunktionen zutrifft.

Bei der Impulsinvarianzmethode wird die Übertragungsfunktion $H(s)$ mit Hilfe der Partialbruchzerlegung in Terme erster Ordnung zerlegt

$$H(s) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{s - s_i}. \quad (5.52)$$

Es ist zu beachten, dass sich keine Polstellen in der rechten Halbebene befinden dürfen, damit das System stabil ist, $Re\{s_i\} \leq 0$. Nach der inversen Laplacetransformation ergibt sich für die Impulsantwort des Systems

$$h(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{s_i t} u(t). \quad (5.53)$$

Im Anschluss wird mit dem Abtastintervall T diskretisiert, hierbei wird der Einheitssprung bei der modifizierten Impulsinvarianzmethode, wie in [Pom08] beschrieben, zu $u[n] - \frac{1}{2}\delta[n]$. Somit ergibt sich im Diskreten

$$h(nT) = \sum_{i=1}^N A_i e^{s_i nT} T \left(u[n] - \frac{1}{2} \delta[n] \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.54)$$

Nach Anwendung der z-Transformation ergibt sich die Übertragungsfunktion des Systems

$$H(z) = \sum_{i=1}^N \frac{A_i}{1 - e^{s_i T} z^{-1}}. \quad (5.55)$$

Es zeigt sich, dass die Polstellen aus der s-Ebene in die z-Ebene abgebildet werden

$$z_i \doteq e^{s_i T}. \quad (5.56)$$

Dies ist möglich solange die Polstellen in dem durch die Abtastfrequenz bestimmten Frequenzbereich liegen.

Die in (5.49) beschriebenen Radialfilter für das Mikrofonarray besitzen außer den Ableitungen der sphärischen Hankelfunktionen noch einen frequenzabhängigen Vorfaktor k . Durch die Substitution $k = -i \frac{s}{c}$ ergibt sich ein einfacher Differenzierer. Die erste Rückwärtsdifferenz des Zeitdiskreten weicht stark von dem eines Differenzierers ab. Eine gute Annäherung wird mit

$$D(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 - \frac{1}{7} z^{-1}} \quad (5.57)$$

erreicht [BPF11].

5.5 Dynamische Begrenzung der Radialfilter durch eine Bandpassfilterbank

Die Radialfilter aus Abb.(5.8) und Abb.(5.10) haben bei tiefen Frequenzen eine sehr hohe Verstärkung, vor allem in den höheren Ordnungen. Die Ursache hierfür ist, dass die geringen Pegelunterschiede auf Grund der niedrigen räumlichen Distanz bei tiefen Frequenzen zwischen den einzelnen Mikrofonkapseln, bzw. zwischen den einzelnen Lautsprecherchassis hervorgehoben werden müssen, um die hohen Ambisonics-Ordnungen zu erzeugen.

Diese hohe Verstärkung verursacht Störungen. Im Falle des Mikrofonarrays ergibt

sich bei akustisch anliegender Pegelgleichheit an den Mikrofonkapseln ideal nur ein Nutzsinal nullter Ordnung. Nicht-ideale, kleine Empfindlichkeitsunterschiede der Mikrofonkapseln ergeben allerdings fehlerhafte Ambisonics-Signale hoher Ordnung. Diese Fehlersignale stören besonders, wenn sie durch Radialfilter hoher Ordnung lauter verstärkt werden, als die Nutzsinnallautstärke nullter Ordnung. Infolgedessen ergeben sich falsche Richtungsabbildungen. Des Weiteren wird bei einer zu hohen Verstärkung das Grundrauschen der Mikrofonkapseln hörbar.

Bei der Lautsprecheranordnung führen die hohen Verstärkungen zu starken Verzerrungen und im schlimmsten Fall zur Zerstörung der Lautsprecherchassis, da diese über ihre maximale Auslenkung beansprucht werden.

Um dies zu verhindern, muss die maximale Verstärkung der Radialfilter in jeder Ordnung begrenzt werden. Die maximale Verstärkung, ab welcher die Radialfilter begrenzt werden, ist vom jeweiligen Anwendungsfall abhängig.

Die Begrenzung erfolgt durch eine Bandpassfilterbank, welche die einzelnen Ordnungen beim Erreichen der maximalen Verstärkung ausblendet.

5.5.1 Die Bandpassfilterbank

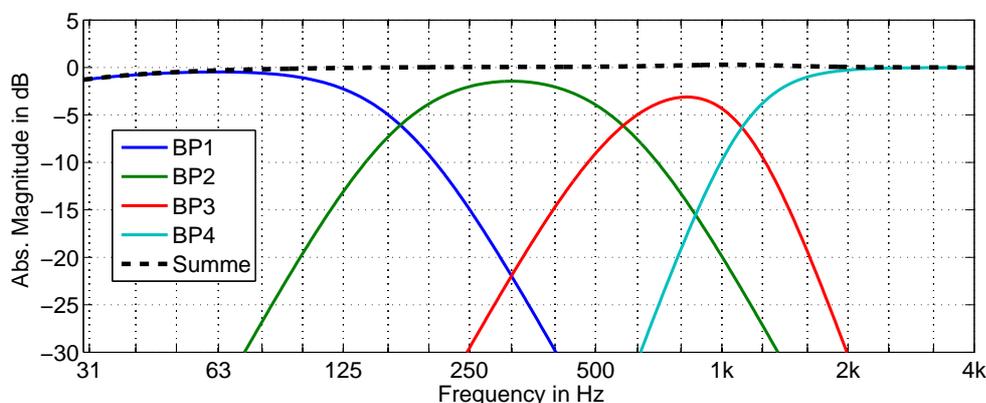


Abbildung 5.12: Bandpassfilterbank der 0. Ordnung für $N = 3$ mit einheitlicher Gewichtung.

Die Bandpassfilterbank zerlegt die Radialfilter der einzelnen Ordnungen in Bandpasskanäle, deren Anzahl von der maximalen Ordnung abhängig ist. Die Anzahl der Bandpasskanäle entspricht so der Anzahl der Ambisonics-Ordnungen. Hierbei wird der Radialfilter der höchsten Ordnung nur von einem Band gefiltert und der Radialfilter der niedrigsten Ordnung von allen Bändern. Die Anzahl an Bändern in die die

Radialfilter der anderen Ordnungen aufgeteilt werden, ergibt sich so aus der jeweiligen Ordnung. Als Beispiel zeigt Abb.(5.12) die Bandpassfilterbank für den Radialfilter der 0.Ordnung welche vier Bändern enthält, da die maximale Ordnung $N = 3$ beträgt. Das unterste Band besteht immer aus einem Tiefpassfilter, und das Oberste immer aus einem Hochpassfilter.

Das Ziel der Bandpassfilterbank ist es, den Radialfilter der jeweiligen Ordnung beim Erreichen der maximalen Verstärkung auszublenden. Zusätzlich ermöglicht die Aufteilung durch eine Bandpassfilterbank eine Gewichtung der einzelnen Bänder, um so die Wiedergabe bzw. Aufnahme an das entsprechende Schallfeld anzupassen. Des Weiteren kann durch die Gewichtung der verschiedenen Ordnungen eine verbesserte Fokussierung des Schallfeldes, bzw. eine Unterdrückung der Nebenkeulen erreicht werden. Die Filterbank muss so entworfen werden, dass alle Kanäle die selbe Phasenlage haben, damit es bei der Aufsummierung aller Kanäle der Bandpassfilterbank nicht zu Auslöschungen an den Bandkanten kommt.

Da die Flankensteilheit der Radialfilter mit zunehmender Ordnung höher wird, muss auch die Flankensteilheit der Bandpasskanäle mit steigender Grenzfrequenz höher werden, um ein sicheres Ausblenden der Radialfilter zu garantieren. Hierzu wird die Bandpassfilterbank aus Hoch- und Tiefpässen mit verschiedener Flankensteilheit aufgebaut. Dies hat zur Folge, dass ein Bandpass, welcher aus einem Hoch- und einem Tiefpass zusammengesetzt ist, zwei unterschiedliche Flankensteilheiten besitzt.

Als Filtertyp kommt eine besondere Variante von Butterworth-Filtern zum Einsatz, die Linkwitz-Riley-Filter. Diese garantieren beim Aufsummieren der Bänder einen flachen Frequenzgang. Des Weiteren wird durch Allpässe der Phasenverlauf der anderen Bandpasskanäle in einer Bandpassfilterbank nachgebildet, damit es zwischen den Bandpasskanälen zu keiner Phasendifferenz kommt. Denn eine Phasendifferenz würde bei der anschließenden Aufsummierung zu Auslöschungen führen.

Im Folgenden werden die Einzelteile der Filterbank vorgestellt, gefolgt von den verschiedenen Gewichtungen. Zum Schluss wird die Gesamtstruktur der Bandpassfilterbank gezeigt und wie die Radialfilter integriert sind. Die vorgestellte Filterbank bezieht sich in ihrer Struktur auf den Fall des Ikosaederlautsprechers.

5.5.2 Struktur der Bandpassfilterbank

Die Bandpassfilterbank hat für jede Ambisonics-Ordnung eine andere Einstellung, die verschiedenen Grade innerhalb einer Ordnung werden gleich gefiltert. Nach dem Aufteilen der Ambisonics-Eingassignale in die verschiedenen Frequenzbänder, werden diese durch den der Ordnung entsprechenden Radialfilter gefiltert und anschließend gewichtet. Zum Schluss werden die einzelnen Bandpasskanäle für jede Ordnung und Grad aufsummiert. Die gesamte Struktur der Bandpassfilterbank, für die dritte Ordnung, wie sie beim Ikosaederlautsprecher benötigt wird, ist in Abb.(5.13) zu sehen.

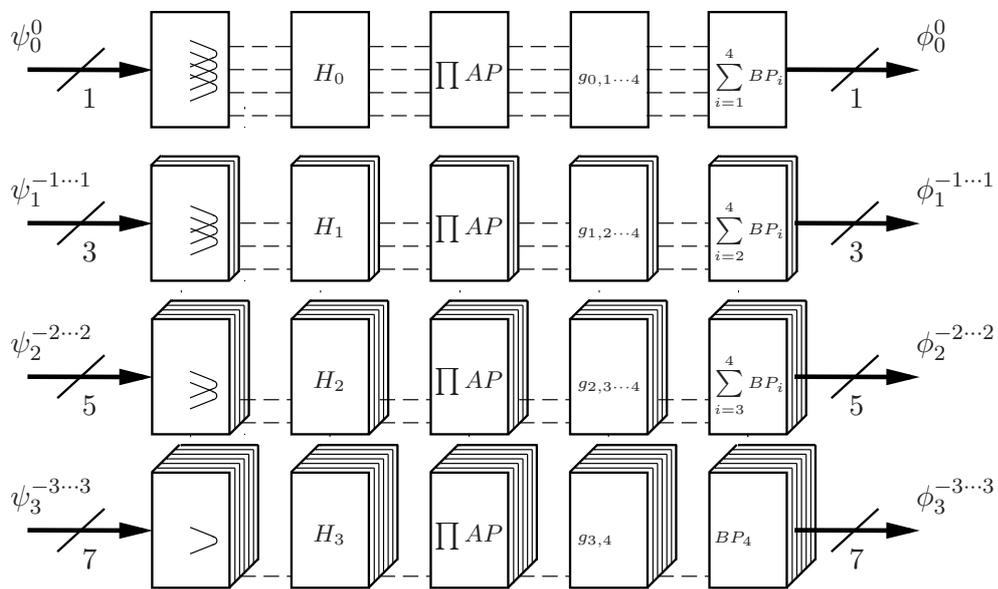


Abbildung 5.13: Optimierte Radialfilter dritter Ordnung für den Ikosaederlautsprecher. 1. Aufteilung der Ambisonics-Kanäle in Bandpässe, 2. Fernfeld-Radialfilter entsprechend der jeweiligen Ordnung, 3. Gewichtung in Abhängigkeit der Ordnung und des Bandpasskanals, 4. Aufsummierung der Bandpasskanäle.

Das Eingangssignal wird in Abhängigkeit der jeweiligen Ordnung in Bandpässe zerlegt, die Übernahmefrequenzen werden durch die Ausblendfrequenzen der Radialfilter bestimmt. Das heißt im Fall des Ikosaederlautsprechers, wenn die Radialfilter eine Verstärkung von 35 dB erreichen. Um die Radialfilter auszublenden, enthält die Filterbank einer Ordnung nur die Anzahl an Bandpasskanälen bis die Ausblendfrequenz erreicht ist. Dies geschieht von hohen hin zu tiefen Grenzfrequenzen.

So wird in diesem Fall die höchste Ordnung, $n = 3$, vom Bandpass mit der höchsten Grenzfrequenz gefiltert, welcher nur aus einem Hochpass besteht. Die niedrigste Ordnung wiederum, $n = 0$, wird von allen Bandpässen gefiltert. Die Bandpassfilterbank

für $n = 0$ ist in Abb.(5.12) zu sehen.

Nach der Aufteilung in die Bandpasskanäle wird das Signal durch die Radialfilter gefiltert. Diese können entweder die in Abb.(5.8) gezeigten Radialfilter für ein Mikrofonarray, oder, wie in diesem Fall die in Abb.(5.10) gezeigten Radialfilter für eine kompakte Lautsprecheranordnung, wie den Iksoaederlautsprecher sein.

Anschließend werden die Bandpasskanäle gewichtet. Jeder einzelne Bandpass erhält eine eigene Gewichtung, welche sich aus zwei getrennten Gewichtungen zusammensetzt. Die erste Gewichtung, die $\max-r_E$ Gewichtung [ZF12], ist abhängig von der maximalen Ordnung, die in einem Frequenzband enthalten ist. Die zweite Gewichtung bestimmt, ob eine Freifeld- oder eine Diffusfeldentzerrung des Gesamtsignals vorgenommen wird. Diese Gewichtung bezieht sich auf die Bandpässe mit den gleichen Grenzfrequenzen in den verschiedenen Ordnungen. Als dritte Möglichkeit, kann in bestimmten Fällen auch auf die zweite Gewichtung verzichtet werden. Die Details zur Gewichtung werden in Kapitel (5.5.6) erklärt.

Bevor alle Bandpasskanäle aufsummiert werden, kommt in jedem Kanal noch eine Kaskade von Allpässen zum Einsatz. Die Allpässe bilden den Phasenverlauf der Bandpassfilter in den der anderen Bändern der Filterbank nach. Durch diese Anpassung der Phase kommt es bei der Aufsummierung am Ende der Filterbank nicht zu Auslöschungen. Lediglich die Gruppenlaufzeit der Bandpassfilterbank wird durch das zusätzliche Einfügen von Filterelementen vergrößert.

Da es sich um ein lineares System handelt, können die einzelnen Elemente innerhalb eines Bandpasskanals vertauscht werden. Es muss jedoch bei der Implementierung darauf geachtet werden, dass die Filterstufen in einer sinnvollen Reihenfolge angeordnet werden, um nicht an die Grenzen des Dynamikbereichs zu stoßen.

Um den Aufbau eines einzelnen Filterkanals zu verdeutlichen, zeigt Abb.(5.14) den Kanal ψ_1^0 . Dies ist der Kanal der Ordnung $n = 1$ mit dem Grad $m = 0$. Das Signal wird durch die Bandpässe 2, 3 und 4 gefiltert. Der erste Kanal wird nicht verwendet, da der Hochpassteil des zweiten Bandpasses den Radialfilter der ersten Ordnung ausblendet. Die verwendeten Allpässe bilden den Phasenverlauf der jeweiligen anderen Kanäle nach.

5.5.3 Butterworth-Filter

Butterworth-Hoch- und Tiefpassfilter gerader Ordnungen haben einen identischen Phasenverlauf. Bei Filtern mit ungerader Ordnung, muss das Vorzeichen umgekehrt

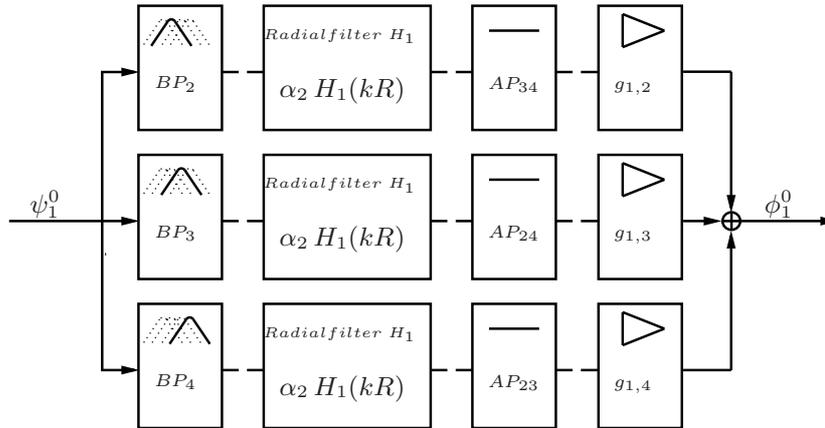


Abbildung 5.14: Einzelner Filterbankkanal für ψ_1^0 aus Abb.(5.13). 1. Aufteilung des Kanals in 3 Bandpasskanäle, 2. Fernfeld-Radialfilter erster Ordnung, 3. Allpässe zum Phasenausgleich der anderen Bandpasskanäle, 4. Gewichtung.

werden, um einen identischen Phasenverlauf zu erhalten. Es ergibt sich daher, bei der Realisierung der Bandpässe mit Butterworth-Filter an der Übernahmefrequenzen eine Überhöhung im Frequenzgang von 3 dB, welche in Abb.(5.15a) zu sehen ist.

Um dies zu vermeiden wird die Grenzfrequenz des Hoch- und Tiefpassfilters auseinandergezogen. Wie weit die Grenzfrequenzen verschoben werden, ist von der Steilheit des Filters abhängig. Ziel ist es, dass sich die Frequenzgänge von Hoch- und Tiefpassfilter nicht am -3 dB Punkt treffen, sondern bei -6 dB. Für einen Butterworth-Filter vierter Ordnung entspricht dies einer Verschiebung um $1/8$ Oktave nach oben bzw. nach unten.

In Abb.(5.15b) wurden die Grenzfrequenzen für den Butterworth-Filter vierter Ordnung angepasst. Als Ergebnis erhält man einen relativ flachen Frequenzgang. Der Nachteil dieser Variante ist, eine doppelt so hohe Anzahl an unterschiedlichen Phasenverläufen pro Bandpasskanal. Um Phasengleichheit beim Addieren der Bandpasskanäle zu garantieren, werden 36 anstatt 12 Allpässe benötigt. Dies erhöht den Rechenaufwand, und die Gruppenlaufzeit wird verlängert.

Der Entwurf der Filter erfolgt im Laplacebereich. Dies hat den Vorteil, dass dort schon verschiedene Strategien zum analogen Filterentwurf zur Verfügung stehen. Die Übertragungsfunktion für einen Tiefpass zweiter Ordnung ergibt sich zu

$$B_{LP2}(s_i) = \frac{1}{b_1 s_i^2 + a_1 s_i + 1}. \quad (5.58)$$

s_i steht für die normierte Frequenz $s_i = i \frac{\omega}{\omega_i}$. b_1 und a_1 sind die Koeffizienten, die das Filterverhalten bestimmen. In diesem Fall werden die Koeffizienten für ein Butterworth-Filter verwendet.

$$B_{LP_{bw}}^n(s_i) = \frac{1}{\prod_k (b_k s_i^2 + a_k s_i + 1)} \quad (5.59)$$

ist die allgemeine Form für einen Butterworth-Tiefpass Filter der Ordnung n . Die Koeffizienten a_k und b_k sind für Filter mit gerader Ordnung

$$a_k = 2 \cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{2n}\right), b_k = 1 \quad \text{für} \quad k = 1 \dots \frac{n}{2}, \quad (5.60)$$

und für Filter mit ungerader Ordnung

$$a_1 = 1, b_1 = 0 \quad (5.61)$$

$$a_k = 2 \cos\left(\frac{(i-1)\pi}{n}\right), b_k = 1 \quad \text{für} \quad k = 2 \dots \frac{n+1}{2}. \quad (5.62)$$

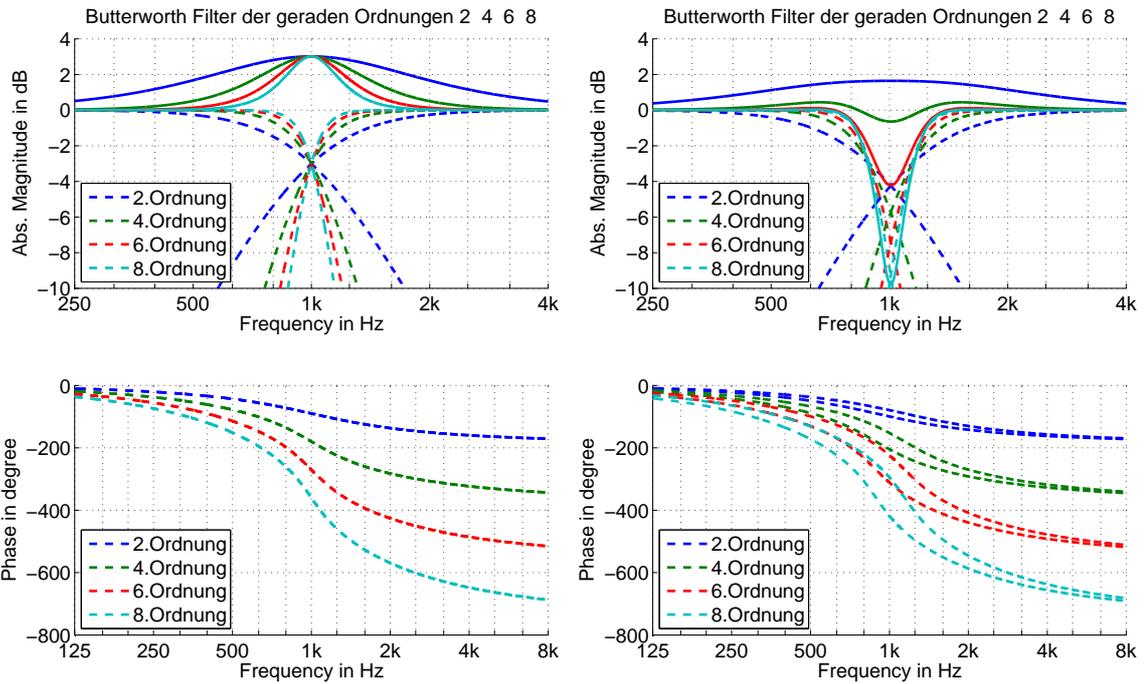
Über eine Tiefpass zu Hochpass Transformation [TS02], bei welcher s_i durch $1/s_i$ ersetzt wird, gelangt man zur Übertragungsfunktion des Hochpassfilters

$$B_{HP_2}(s_i) = \frac{s_i^2}{s_i^2 + a_1 s_i + b_1}. \quad (5.63)$$

Die so aus (5.58) entstandene Übertragungsfunktion ist ein Hochpassfilter zweiter Ordnung. Die zeitkontinuierlichen Filter werden mit Hilfe der Bilineartransformation in zeitdiskrete Filter transformiert [TS02]. Diese bildet die unendliche Frequenzachse auf den Einheitskreis ab

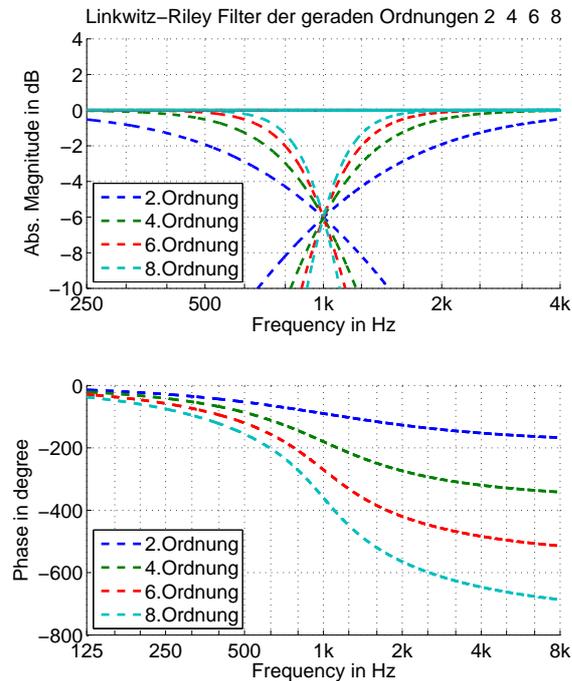
$$s_i = k_i \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})}, \quad (5.64)$$

$$k_i = \frac{1}{\tan(\pi \frac{f_i}{f_s})}. \quad (5.65)$$



(a) Gleiche Grenzfrequenz.

(b) Angepasste Grenzfrequenzen?



(c) Linkwitz-Riley-Filter.

Abbildung 5.15: Addition von Butterworth-Hoch- und Tiefpässen gerader Ordnungen. Bei gleicher Grenzfrequenz 3 dB Amplitudenüberhöhung auf Grund identischer Phase. Bei angepassten Grenzfrequenzen fast flacher Amplitudenverlauf für Filter vierter Ordnung. Flacher Frequenzgang und identische Phase für Linkwitz-Riley-Filter.

Jedoch ergeben sich durch das komprimieren der unendlichen Frequenzachse auf den Einheitskreis Abweichungen hin zu hohen Frequenzen zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Frequenzachse. Der Faktor k stellt sicher, dass die Bilineartransformation um die Frequenz f_i eine genaue Abbildung auf den Einheitskreis garantiert. f_s ist die Samplingfrequenz.

Durch Kaskadieren können, mit den Koeffizienten aus (5.60) und (5.62) Filter höherer Ordnungen zusammen gesetzt werden.

Die erhaltene Übertragungsfunktion wird in Übertragungsfunktionen zweiter Ordnung zerlegt, in sogenannte *Second Order Sections* kurz SOS. Durch die Aneinanderreihung der dadurch verwendbaren *Biquad-Struktur* ergibt sich eine höhere numerische Genauigkeit gegenüber einer einzelnen Filterstruktur [OSB04].

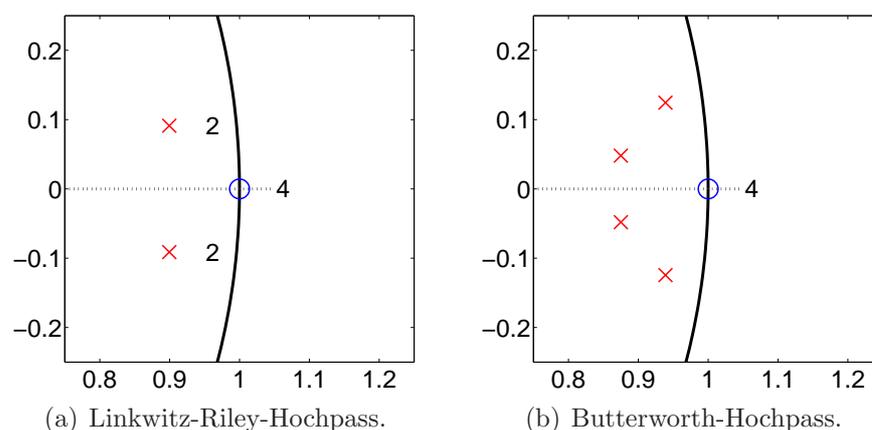


Abbildung 5.16: Pol- Nullstellendiagramm eines Linkwitz-Riley-Hochpassfilters vierter Ordnung mit verdoppelten Pol- und Nullstellen und eines Butterworth-Hochpassfilters vierter Ordnung bei selber Grenzfrequenz.

5.5.4 Linkwitz-Riley-Filter

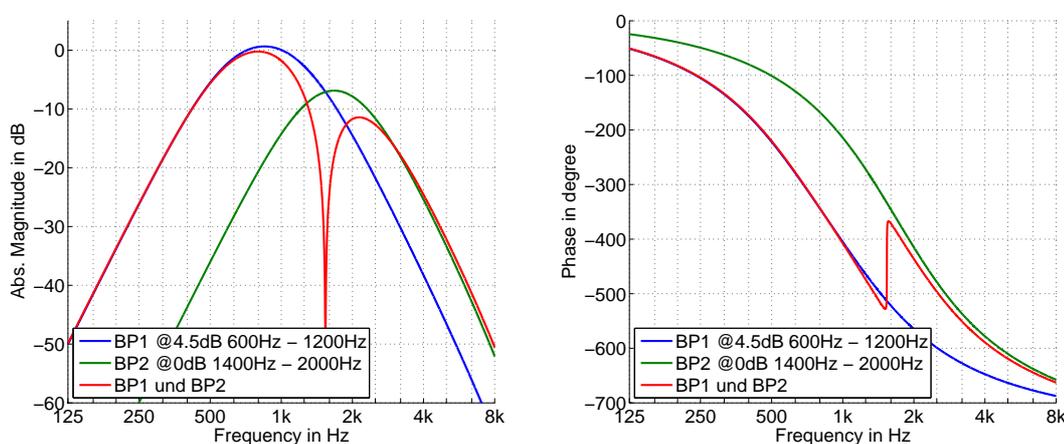
Diese Art von Filter bietet, wie in Abb.(5.15c) zu sehen ist, einen flachen Frequenzgang im Übernahmebereich zwischen Hoch- und Tiefpassfilter. Linkwitz-Riley-Filter bestehen aus 2 kaskadierten, identischen Butterworth-Filtern. Aus diesem Grund gibt es diese Art von Filter nur in geraden Ordnungen.

So besteht ein vierter Ordnung Linkwitz-Riley-Filter aus zwei Butterworth-Filtern zweiter Ordnung mit identischen Koeffizienten, während der Butterworth-Filter vierter Ordnung unterschiedliche Koeffizienten besitzt. Dies lässt sich sehr gut im Pol-Nullstellendiagramm der beiden Filter sehen, welches in Abb.(5.16) dargestellt ist.

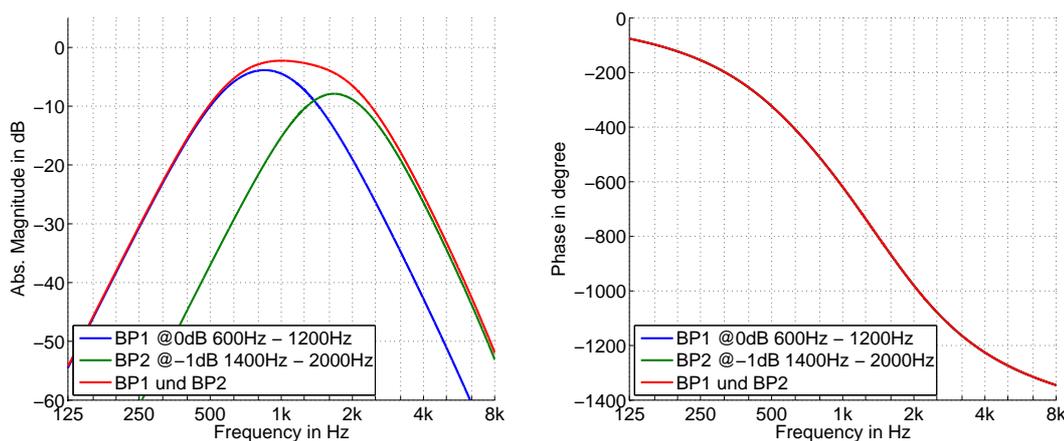
Beide Filter haben bei selber Ordnung die gleiche Flankensteilheit, jedoch hat der Linkwitz-Riley-Filter bei der Übernahmefrequenz eine Verstärkung von -6 dB im Vergleich zu den -3 dB eines Butterworth-Filters. So ergibt sich für eine Bandpassfilterbank, welche aus Linkwitz-Riley-Filtern aufgebaut ist, ein flacher Frequenzgang, wie er in Abb.(5.12) zu sehen ist.

Der Phasenverlauf der Hoch- und Tiefpässe ist auch hier identisch und kann, wie im weiteren beschrieben, durch Allpässe nachgebildet werden.

5.5.5 Phasenabgleich mit Allpässen



(a) Ohne Phasenabgleich.



(b) Mit Phasenabgleich.

Abbildung 5.17: Übergang zwischen zwei Bandpässen aus Linkwitz-Riley-Filtern vierter Ordnung mit einer Pegeldifferenz von 4.5 dB.

Die Aufteilung eines Signals in mehrere Frequenzbänder wird nun beispielhaft durch einen Prototypenbandpass gezeigt. Dessen Einsatz bei verschiedenen Übernahmefrequenzen ergibt in jedem Band einen unterschiedlichen Phasenverlauf. Dadurch kann es bei der Addition aller Einzelbänder zu Auslöschungen kommen. Die Auslöschungen entstehen, wenn die Phasendifferenz zwischen den Bändern, welche nicht direkt aneinander grenzen müssen, 180° beträgt. Eine relative Veränderung der Phase zwischen den Bändern entsteht auch, durch Pegelunterschiede bei unterschiedlicher Gewichtung der einzelnen Bänder. Abb.(5.17b) zeigt eine solche Phasendifferenz im Bereich von 1.6 kHz.

Indem der Phasenverlauf der anderen Bandpasskanäle, mit Hilfe von Allpässen, in jedem Bandpasskanal nachgebildet wird, ergibt sich für alle Bandpasskanäle der selbe Phasenverlauf. Wie in Abb.(5.17a) zu sehen ist, kann durch diese Maßnahme eine Auslöschung vermieden werden. Insgesamt ergibt sich, wie in [BPF11] beschrieben, eine längere Gruppenlaufzeit.

Die Allpässe werden, wie auch die restlichen Filter, im Laplacebereich entworfen und mit Hilfe der Bilineartransformation in zeitdiskrete Filter transformiert. Die Phasendrehung eines Allpasses zweiter Ordnung beträgt 360° , womit sich der Phasenverlauf eines Butterworth-Filters vierter Ordnung nachbilden lässt. Durch die Verwendung von Linkwitz-Riley-Filtern muss der Koeffizient des Allpasses, nicht wie in [BPF11] beschrieben, numerisch ermittelt werden, um den Phasenverlauf eines Butterworth-Filters vierter Ordnung nachzubilden. Die Übertragungsfunktion des Allpasses

$$A_{AP}(s_i) = \frac{s_i^2 - b_1 s_i + 1}{s_i^2 + b_1 s_i + 1}, \quad (5.66)$$

hat mit $b_1 = \sqrt{2}$ eine Phase identisch zu jener eines Linkwitz-Riley-Filter vierter Ordnung [Loe13]. Abb.(5.18) zeigt die Pol- Nullstellenverteilung eines Linkwitz-Riley-Hochpassfilters vierter Ordnung und die eines Allpasses zweiter Ordnung bei selber Grenzfrequenz. Es ist zu sehen, dass die Positionen der Polstellen, bzw. die Positionen der gespiegelten Nullstellen beim Allpass, identisch sind und so beide Filter den gleichen Phasenverlauf aufweisen.

5.5.6 Gewichtung der Bandpasskanäle

Die Gewichtung $g_{n,i}$ der einzelnen Bandpässe setzt sich aus zwei Gewichtungen zusammen, der $\max-r_E$ Gewichtung und einer Gewichtung, welche durch die Art des

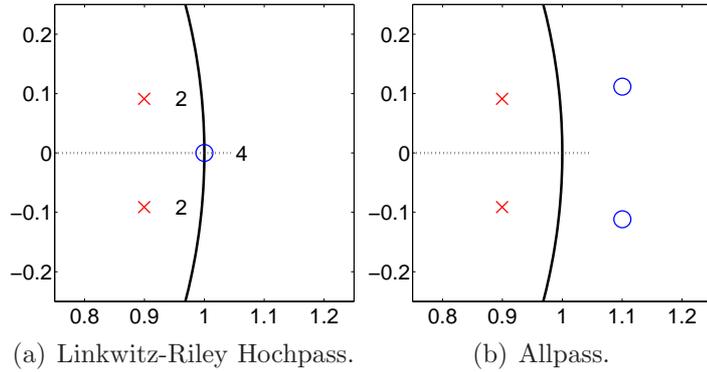


Abbildung 5.18: Pol-Nullstellendiagramm eines Linkwitz-Riley-Hochpassfilters vierter Ordnung und eines Allpasses 2. Ordnung bei selber Grenzfrequenz. Durch die selbe Position der Polstellen, bzw. der gespiegelten Nullstellen beim Allpass, besitzen beide identische Phasengänge.

Schallfeldes bestimmt wird. Die Größe der quadratischen Gewichtungsmatrix \mathbf{G}_N ist abhängig von der höchsten Ordnung N . Denn die höchste Ordnung bestimmt auch, in wie viele Bandpasskanäle der Radialfilter der jeweiligen Ordnung unterteilt wird.

max- r_E Gewichtung Ziel der max- r_E Gewichtung ist, eine möglichst scharfe Bündelung in eine Richtung zu erhalten. Hierzu wird der Richtungsvektor r_E maximiert und die Nebenkeulen unterdrückt [ZF12]. Das Resultat sind die Ordnungsgewichte

$$g_{n_{maxre}} = P_n \left(\cos \left(\frac{137.9^\circ}{N + 1.51} \right) \right) \quad (5.67)$$

$$\mathbf{g}_{N_{maxre}} = \begin{pmatrix} g_0 \\ g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_N \end{pmatrix}. \quad (5.68)$$

Die Länge des Gewichtungsvektors $\mathbf{g}_{N_{maxre}}$, und somit auch seine Einträge, ist für jedes Band unterschiedlich. Dies ist der Fall, da die Höhe der enthaltenen Ordnungen linear mit der Bandpassnummer ansteigt. Hierbei ist N die jeweils höchste enthaltene Ordnung und P_n ist das der jeweiligen Ordnung entsprechende Legendre-Polynom.

Freifeldentzerrung Die zweite Gewichtung ist eine, der Art des Schallfeldes entsprechende, Normierung. Im Falle eines Freifeldes ist das Ziel der Normierung die Amplitude über alle Bandpasskanäle konstant zu halten.

$$n_{N,Free} = \sum_{n=0}^N g_{n_{maxre}}(2n+1) \quad (5.69)$$

berücksichtigt hierbei die bereits vorhandene $\max-r_E$ Gewichtung, sowie die unterschiedliche Kanalanzahl pro Ordnung. Es gibt für jedes Band eine eigene Gewichtung.

Diffusfeldentzerrung Bei der Normierung, welche von einem diffusen Schallfeld ausgeht, ist das Ziel, das in jedem Band die selbe Energie enthalten ist

$$n_{N,Diff} = \sqrt{\sum_{n=0}^N g_{n_{maxre}}^2(2n+1)}. \quad (5.70)$$

Die beiden Gewichtungen in (5.69) und (5.70) mit der Gewichtung aus (5.68) ergeben, für alle Bandpasskanäle zusammengefasst, die Gewichtungsmatrizen

$$\mathbf{G}_{N,Free} = \begin{pmatrix} \frac{g_{0_{maxre}}}{n_{0,Free}} & \frac{g_{1_{maxre}}}{n_{1,Free}} & \dots & \frac{g_{N_{maxre}}}{n_{N,Free}} \end{pmatrix}, \quad (5.71)$$

$$\mathbf{G}_{N,Diff} = \begin{pmatrix} \frac{g_{0_{maxre}}}{n_{0,Diff}} & \frac{g_{1_{maxre}}}{n_{1,Diff}} & \dots & \frac{g_{N_{maxre}}}{n_{N,Diff}} \end{pmatrix}. \quad (5.72)$$

Da die maximal enthaltene Ordnung vom jeweiligen Band abhängig ist, werden bei der Indizierung der Elemente in den Gewichtungsmatrizen die Nummer des entsprechenden Bandpasskanals nicht berücksichtigt. Durch die unterschiedliche Länge der Gewichtungsvektoren in G_N , wird der Rest der Matrix mit Nullen aufgefüllt und es ergibt sich für diesen Fall folgende Struktur

$$\mathbf{G}_N = \begin{matrix} & i=1 & i=2 & i=3 & i=4 & i=5 \\ \begin{matrix} n=0 \\ n=1 \\ n=2 \\ n=3 \\ n=4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} g_{0,1} & g_{0,2} & g_{0,3} & g_{0,4} & g_{0,5} \\ 0 & g_{1,2} & g_{1,3} & g_{1,4} & g_{1,5} \\ 0 & 0 & g_{2,3} & g_{2,4} & g_{2,5} \\ 0 & 0 & 0 & g_{3,4} & g_{3,5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{4,5} \end{pmatrix} \end{matrix}. \quad (5.73)$$

Hierbei ist $g_{0,1} = 1$, da in beiden Fällen auf diesen maximalen Wert normiert wird [Loe13].

5.5.7 Kombination von Linkwitz-Riley-Filtern und Radialfiltern

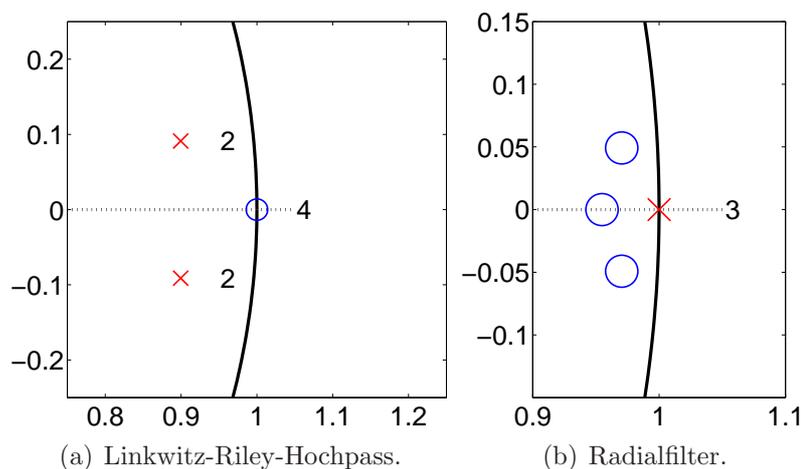


Abbildung 5.19: Pol-Nullstellendiagramm eines Linkwitz-Riley-Hochpassfilters vierter Ordnung und eines Radialfilters zweiter Ordnung für den Ikosaederlautsprecher.

Im Vergleich zu der in [Loe13] verwendeten Filterbank, benutzt diese die für das Fernfeld approximierten Radialfilter. Dadurch haben die Radialfilter eine mehrfache Polstelle bei 0 Hz, deren Anzahl von der Filterordnung abhängig ist. Die Linkwitz-Riley-Hochpassfilter, welche die jeweilige Ordnung beim Erreichen der maximalen Verstärkung ausblenden, haben eine mehrfache Nullstelle bei 0 Hz, deren Anzahl auch von der verwendeten Ordnung abhängig ist. Dadurch ist es beim Filterentwurf möglich, die Pol- und Nullstellen zu kürzen und so den Filter effizienter und stabiler zu machen.

Da in [Loe13] die normalen Radialfilter verwendet wurden, lagen die Pol- und Nullstellen sehr nah beieinander, sodass es zur Instabilität des Filters kam, welche nur durch Aufteilung der Hochpassfilter umgangen werden konnte. Des Weiteren wurde für alle Filter eine fixe Flankensteilheit verwendet, sodass der Radialfilter der höchsten Ordnung beim Erreichen der maximalen Verstärkung nur linearisiert und nicht ausgeblendet wurde. Dies führte zu Störgeräuschen.

Ordnung n	Polstellen RF	Nullstellen HP
0	1	2
1	2	4
2	3	4
3	4	6

Die Tabelle zeigt die Anzahl der Polstellen des Radialfilters in der jeweiligen Ordnung und die Anzahl der Nullstellen des Hochpassfilters, welcher den Radialfilter des Ikosaederlautsprechers ausblendet. Da die Bandpassfilterbank aus Linkwitz-Riley-Filtern aufgebaut ist, gibt es nur geradzahlige Filterordnungen. So ergibt sich ein Ausblenden mit mindestens 6 dB/Okt, oder wie in diesem Fall beim Radialfilter der ersten Ordnung mit 12 dB/Okt. Durch die Verwendung von unterschiedlichen Flankensteilheiten innerhalb der Filterbank wird ein sicheres Ausblenden der Radialfilter gewährleistet.

Um einen glatten Frequenzgang zwischen den Bandpässen zu erreichen, hat der jeweils angrenzende Tiefpassfilter die selbe Flankensteilheit, wie der Hochpassfilter. Das Ansteigen der Filtersteilheit in den verschiedenen Bändern ist auch in Abb.(5.12) zu sehen.

5.5.8 Funktion der Bandpassfilterbank

Die Bandpassfilterbank begrenzt die Dynamik der Radialfilter. Dies geschieht, indem die Radialfilter beim Erreichen der definierten maximalen Verstärkung ausgeblendet werden. Das Ausblenden erfolgt durch den Hochpassfilter des jeweils tiefsten Bandes. So werden die Übernahmefrequenzen in der Bandpassfilterbank bestimmt durch die Frequenzen, bei denen die Radialfilter die maximale Verstärkung erreichen.

Um die Radialfilter ausblenden zu können, muss der entsprechende Hochpass eine höhere Flankensteilheit als die des Radialfilter in der jeweiligen Ordnung haben. Wie schon in Kapitel (5.5.7) beschrieben, entspricht die Kombination der beiden Filter ab der Grenzfrequenz einem Hochpassfilter mindestens erster Ordnung.

Abb.(5.20) zeigt die obersten beiden Bänder einer Bandpassfilterbank für ein System mit der Ambisonics-Ordnung $N = 3$. Es ist zu sehen, dass die Flankensteilheit des unteren Hochpassfilters steiler ist als die des Radialfilter $n = 2$. Des Weiteren fällt auf, dass die -6 dB Verstärkung des Hochpassfilters bei einer maximalen Verstärkung des Radialfilters von 43 dB liegt, und so über der vorgegeben Grenze von 35 dB. Der

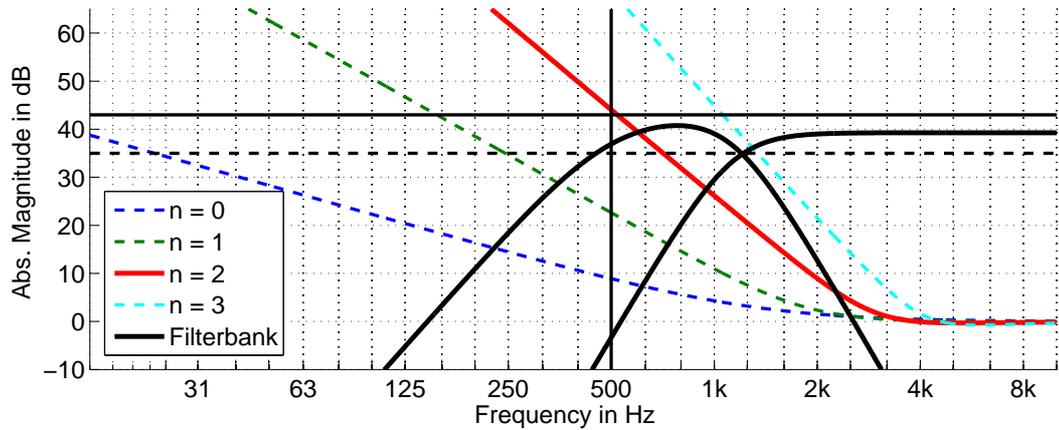


Abbildung 5.20: Linkwitz-Riley Hochpass 4.Ordnung blendet Radialfilter 2.Ordnung beim Erreichen der maximalen Verstärkung aus. Die Filterbank ist mit $\max-r_E$ Gewichten gewichtet, dadurch steigt die maximale Verstärkung von 35 dB auf 43 dB.

Grund hierfür liegt in der Gewichtung der einzelnen Bänder, in diesem Fall wird die Filterbank mit $\max-r_E$ Gewichten gewichtet. Dadurch wird das 3. Band um 8 dB gedämpft, sodass die Grenze für die maximale Verstärkung um diese 8 dB nach oben verschoben wird und sich so eine Grenzfrequenz des Filters von 500 Hz ergibt. Um zu zeigen, dass der Bandpassfilter den Radialfilter ausblendet, wurde der Hochpassfilter um 43 dB angehoben. Auch das Band welches den Radialfilter vierter Ordnung ausblendet wurde der Gewichtung entsprechend angehoben.

5.5.9 Implementierung der Bandpassfilterbank in PureData

Die gesamte Filterbank, Bandpassfilter, Allpassfilter und Radialfilter werden in eine Biquad-Struktur [OSB04] gebracht und können so effizient und rechengenau implementiert werden. In [Pom08] wird beschrieben, wie dies für die Radialfilter realisiert wird. Die Koeffizienten werden auf das in PD [Puc96] verwendete Format gebracht und mittels einer Textdatei, gleich wie bei der Entzerrungsfilterbank in Kapitel (4.4), von MATLAB nach PD übertragen.

Die Bandpassfilterbank wird in PD mit den “*sos~*“ Objekten in Abb.(5.21) aufgebaut. Die Ambisonics-Signale werden in Ordnung und Grad aufgeteilt und anschließend einzeln in einem SOS-Objekt gefiltert. Dieses enthält sämtliche Filter und Gewichte in einer Biquad-Struktur. Abb.(5.22) zeigt wie die SOS-Objekte in den

SOS~

Abbildung 5.21: Second Order Section, “*sos ~*“ Objekt in PD zur Realisierung der Bandpassfilterbank.

Filterkanälen der einzelnen Ordnungen angeordnet sind. Hierzu zeigt Abb.(4.1) exemplarisch die Struktur eines Filterkanals der ersten Ordnung. Die Gesamtstruktur der Bandpassfilterbank entspricht der Struktur, welche in Abb.(5.13) dargestellt ist. Die Implementierung dieser zeigt Abb.(5.23). Die Koeffizienten werden durch das “*route ~*“ verteilt. So können den “*sos ~*“ Objekten eine beliebig hohe Anzahl an Koeffizienten übergeben werden, aus denen so eine beliebig lange Kaskade aus “*biquad ~*“ Objekten entsteht. So wird in einem “*sos ~*“ Objekt die gesamte Filte- rung mit Bandpässen, Allpässen, Radialfilter und Gewichtung realisiert.

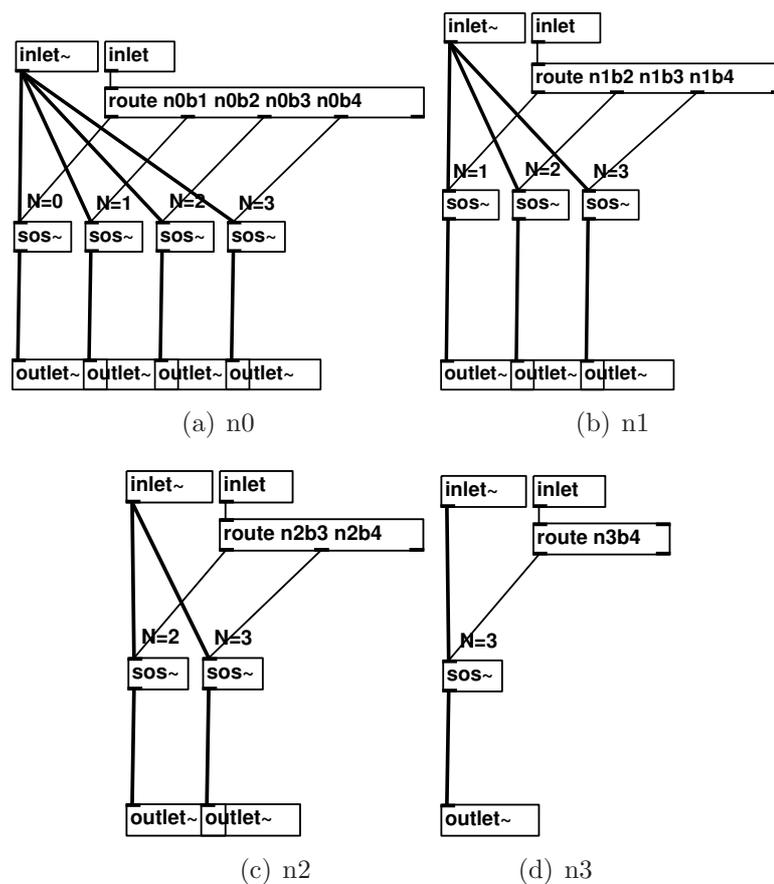


Abbildung 5.22: Bandpasskanäle der Filterbank.

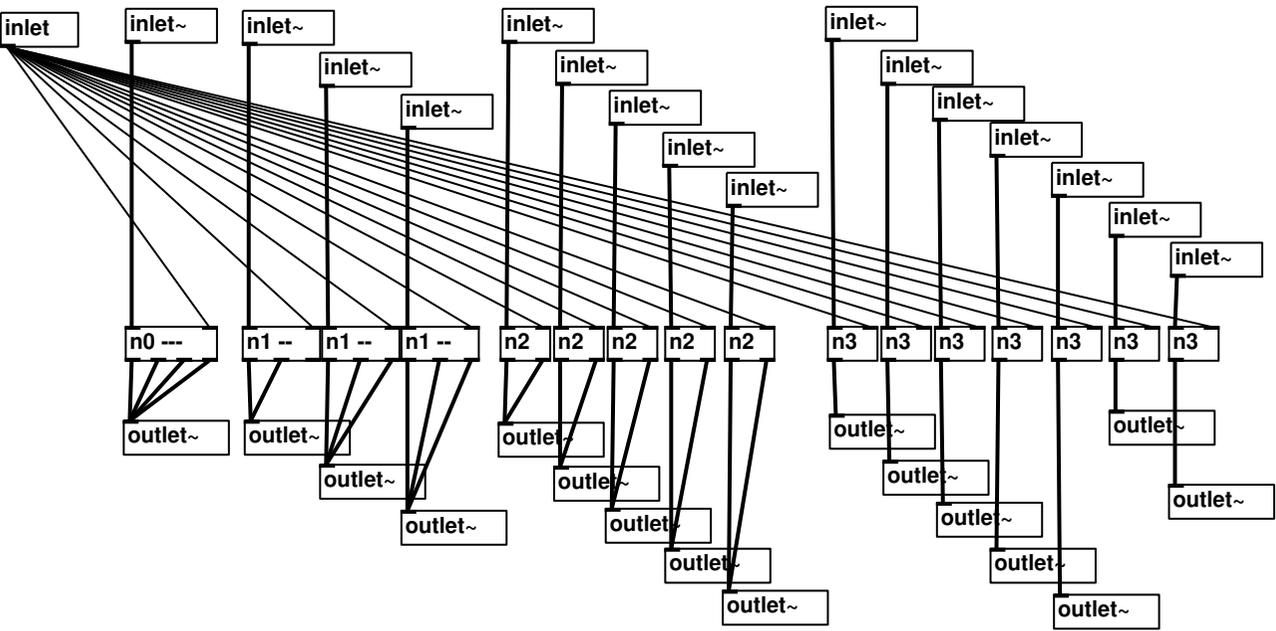


Abbildung 5.23: Filterbank für einen Radialfilter 3. Ordnung in Pd.

Kapitel 6

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Entwurf zweier MIMO-Rekursionsfilter für kugelförmige Arrays. Die vorgestellten Filter können für die Aufnahme und für die Wiedergabe verwendet werden.

Der erste Filter dient zur Entzerrung einer kugelförmigen Lautsprecheranordnung. Hierbei wird sowohl der Frequenzgang der einzelnen Lautsprecherchassis entzerrt, als auch das Übersprechen zwischen den Lautsprechermembranen gedämpft. Zur Realisierung des Filters wurde eine einkanalige, parallele Filterstruktur verwendet und auf ein MIMO-System erweitert. Die einkanalige Filtervariante kann dazu verwendet werden, um den Frequenzgang eines kugelförmigen Mikrophonarrays zu entzerren. Die parallele MIMO-Filterbank zerlegt jeden Eingang in verschiedene Bandpassbänder. Die Bandpasskanäle aller Eingänge werden gewichtet und an jedem Ausgang aufsummiert. Die optimalen Gewichte werden aus den gemessenen Impulsantworten zwischen allen Ein- und Ausgängen berechnet. Die Genauigkeit der parallelen MIMO-Filterbank ist abhängig von der Anzahl der Bandpasskanäle. Mit steigender Anzahl an Bandpasskanälen erhält man eine bessere Entzerrung. Jedoch nur bis einem gewissen Grad, danach ergibt sich keine wesentliche Verbesserung der Entzerrung mehr.

Beim Vergleich der parallelen MIMO-Filterbank mit einer FFT-Filterbank zeigt sich eine bessere Entzerrung der einzelnen Lautsprecherchassis, vor allem bei tieferen Frequenzen. Auch die zeitliche Auflösung bei der Filterung ist bei der parallelen MIMO-Filterbank besser. Bei der Übersprechdämpfung erreicht die FFT-Filterbank bessere Werte, im Speziellen im Bereich der Resonanzfrequenz der verwendeten Lautsprecherchassis. Bei der Rechenleistung liefert die FFT-Filterbank auch ein besseres Ergebnis, da hier, im Gegensatz zur parallelen MIMO-Filterbank, die Anzahl an Rechenoperationen bei der Filterung unabhängig von der verwendeten Filterlänge ist. Der zweite Filter dient dem radialen Scharfstellen eines Schallfeldes auf einem be-

stimmten Radius bei der Wiedergabe oder Aufnahme in Ambisonics. Dieser Filter kann sowohl bei der Aufnahme durch ein kugelförmiges Mikrofonarray, als auch bei der Wiedergabe über eine kugelförmige Lautsprecheranordnung verwendet werden. Es wird gezeigt, dass der Radialfilter durch eine Bandpassfilterbank in seiner Dynamik beschränkt werden kann. Dies ist notwendig, da der Radialfilter bei tiefen Frequenzen eine sehr hohe Verstärkung aufweist. Der Filter lässt sich durch Gewichtung der Bänder an das entsprechende Schallfeld anpassen und die Nebenkeulen unterdrücken. Des Weiteren ermöglicht die Verwendung einer Fernfeldapproximation des Radialfilters eine stabile Implementierung. So können die Polstellen, welche beim klassischen Radialfilter im Bereich von 0 Hz sehr nahe am Einheitskreis liegen, durch Nullstellen aus der Bandpassfilterbank gekürzt werden.

6.1 Ausblick

Für weitere Arbeiten stellt sich die Frage, mit welcher Genauigkeit die parallele MIMO-Filterbank arbeiten sollte, um ein bestmögliches Ergebnis, bezogen auf die Rechenleistung, zu erreichen. Dies müsste im Hörversuch untersucht werden. Auch die optimalen Einstellungen der Bandpassfilterbank müssten im Hörversuch ermittelt werden. Hier ist besonders die Wahl der Gewichtung interessant, welche einen direkten Einfluss auf die Übernahmefrequenzen der Bandpassfilterbank hat.

Anhang A

Frequenzgang aller 20 Eingangskanäle der parallelen Filterbank

In Kapitel (4.2.7) wird als Beispiel für einen entzerrten Frequenzgang der von Eingang 2 gezeigt. Im Folgenden sind die entzerrten Frequenzgänge aller Eingangskanäle abgebildet. Zur Entzerrung wurde eine parallele MIMO-Filterbank mit 48 Polstellen verwendet.

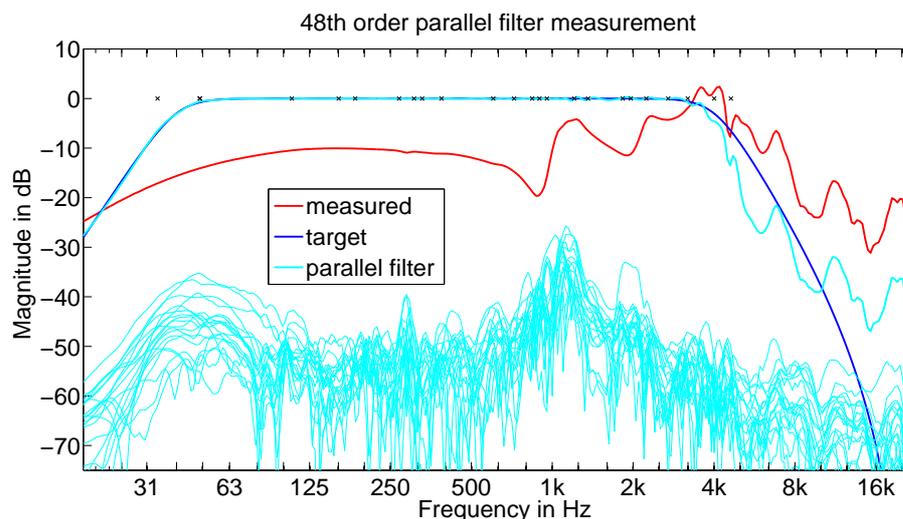


Abbildung A.1: Eingang 1

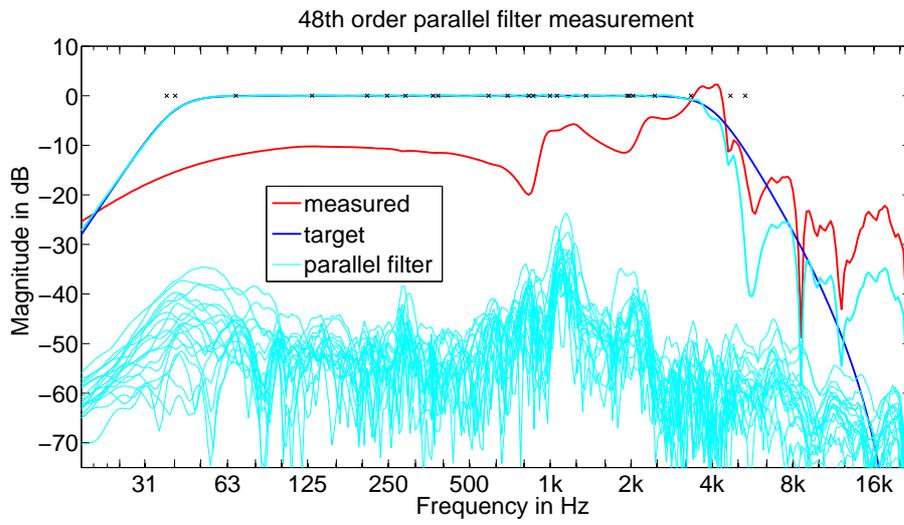


Abbildung A.2: Eingang 2

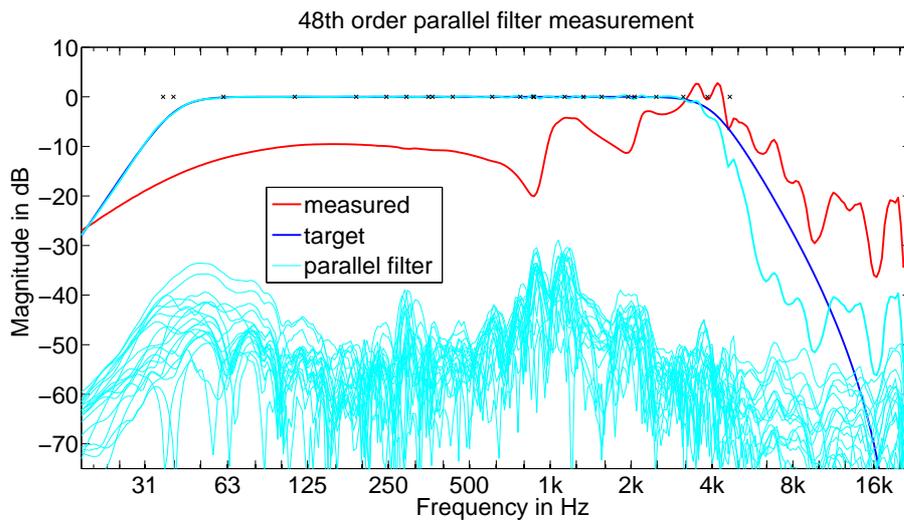


Abbildung A.3: Eingang 3

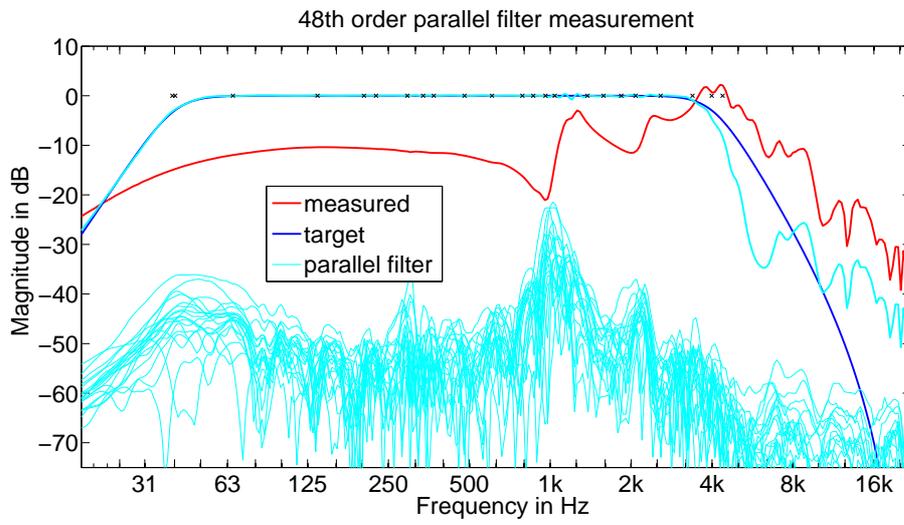


Abbildung A.4: Eingang 4

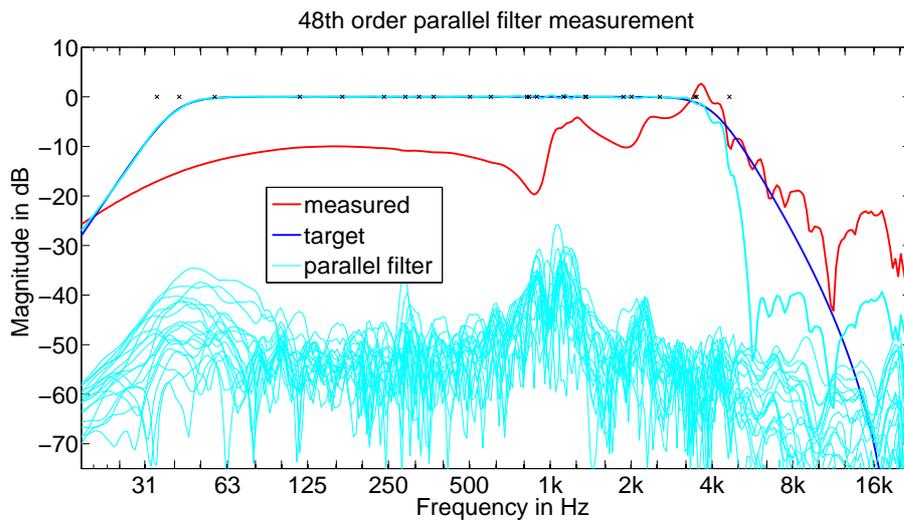


Abbildung A.5: Eingang 5

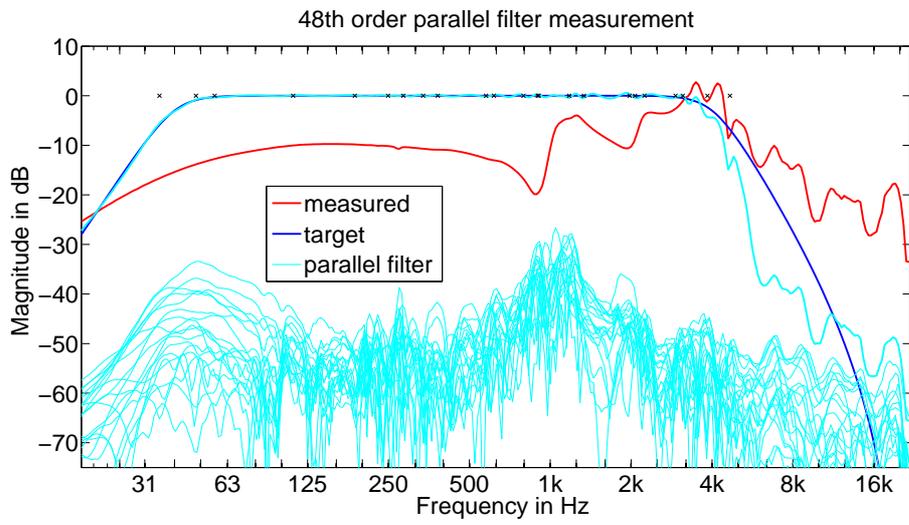


Abbildung A.6: Eingang 6

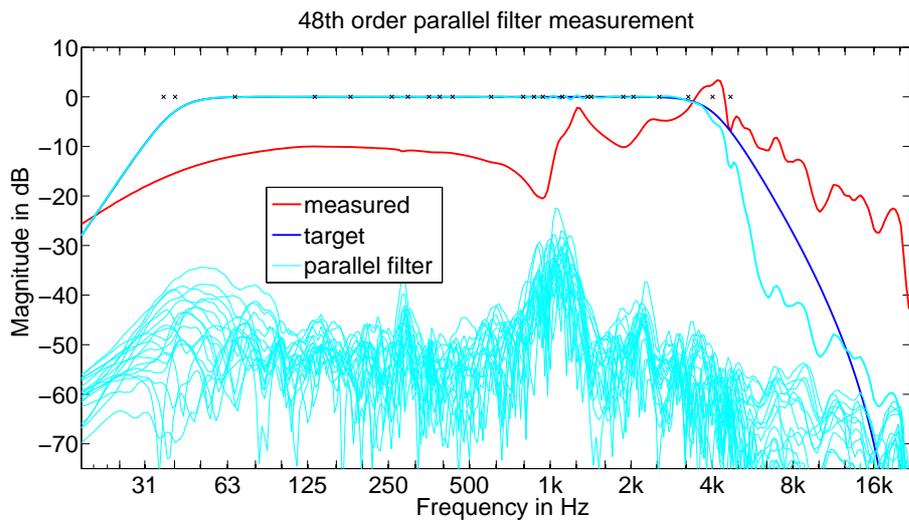


Abbildung A.7: Eingang 7

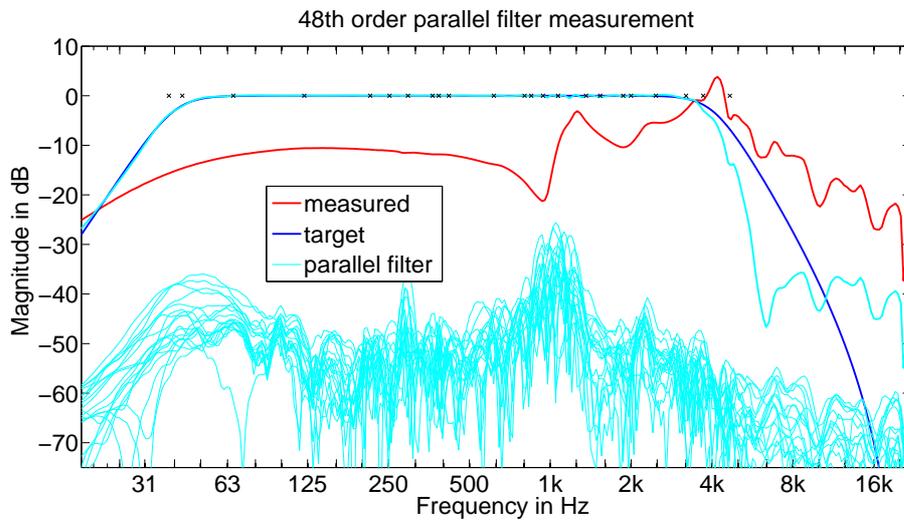


Abbildung A.8: Eingang 8

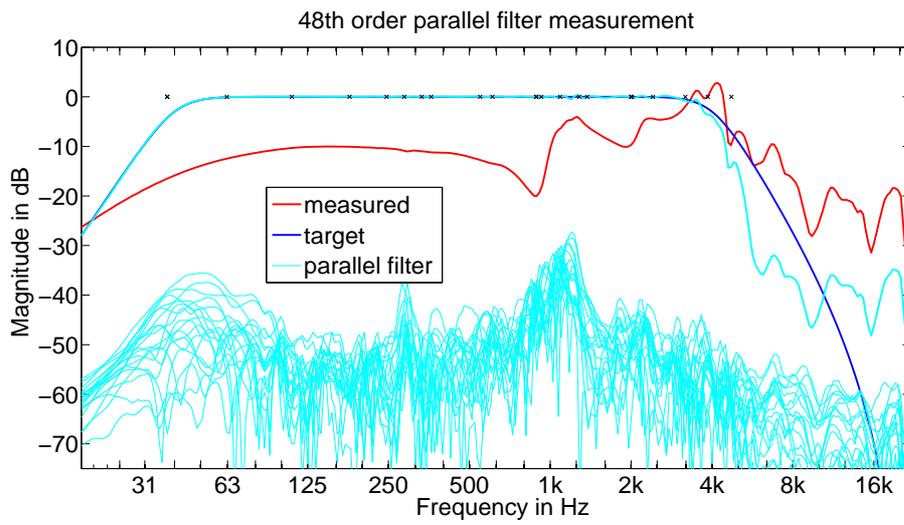


Abbildung A.9: Eingang 9

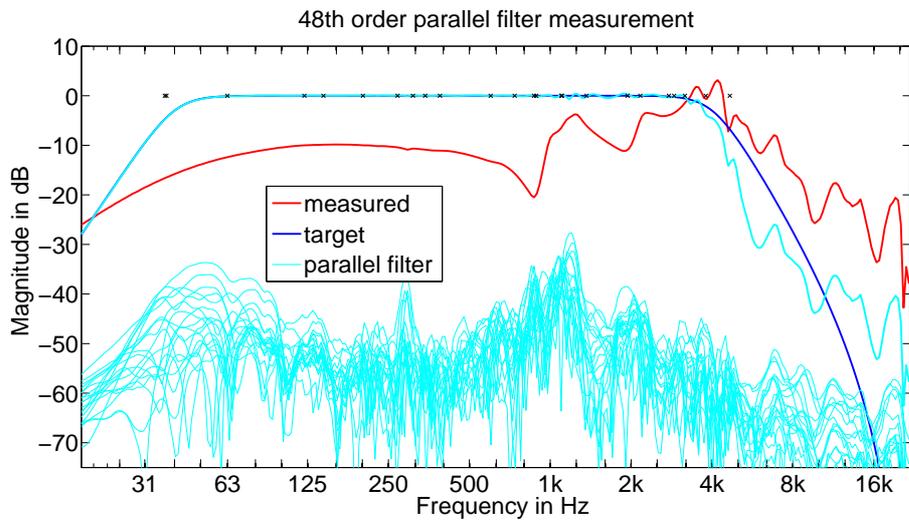


Abbildung A.10: Eingang 10

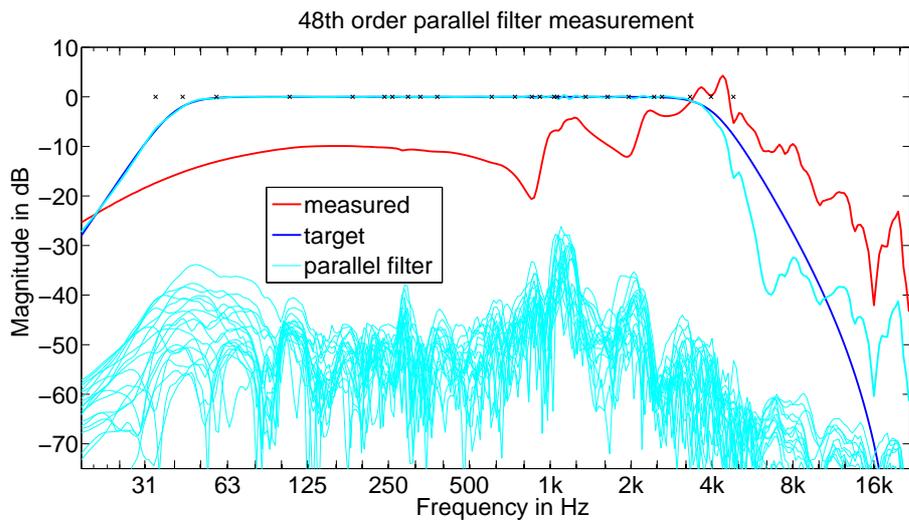


Abbildung A.11: Eingang 11

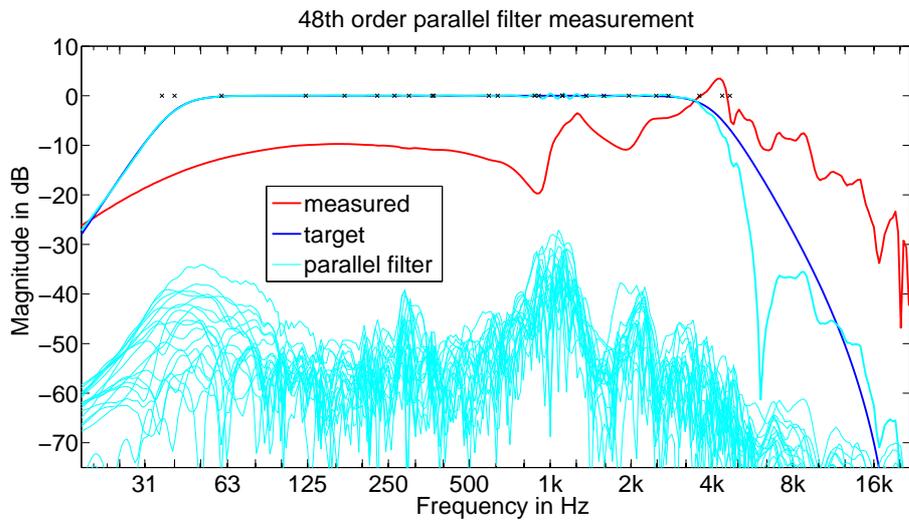


Abbildung A.12: Eingang 12

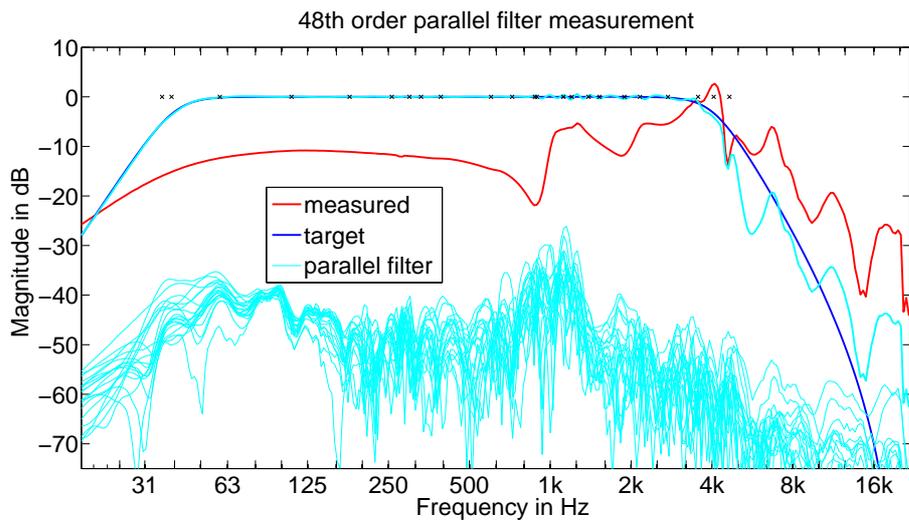


Abbildung A.13: Eingang 13

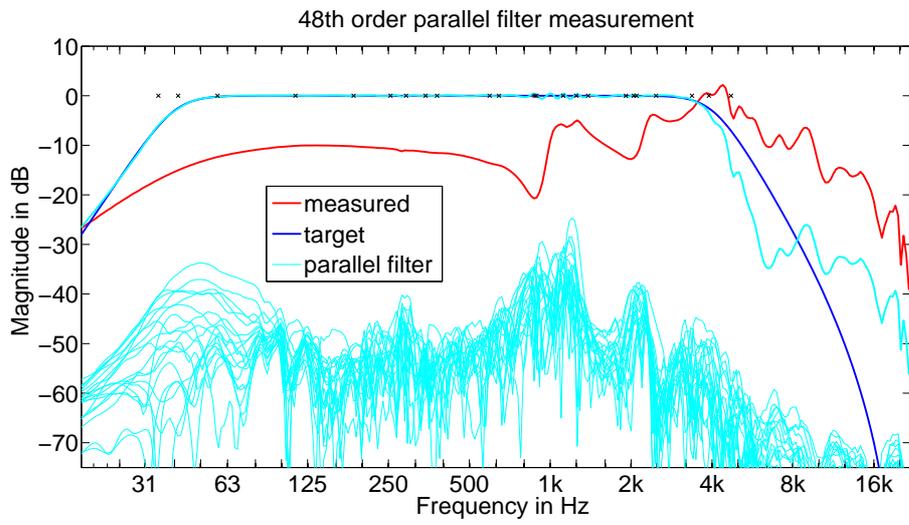


Abbildung A.14: Eingang 14

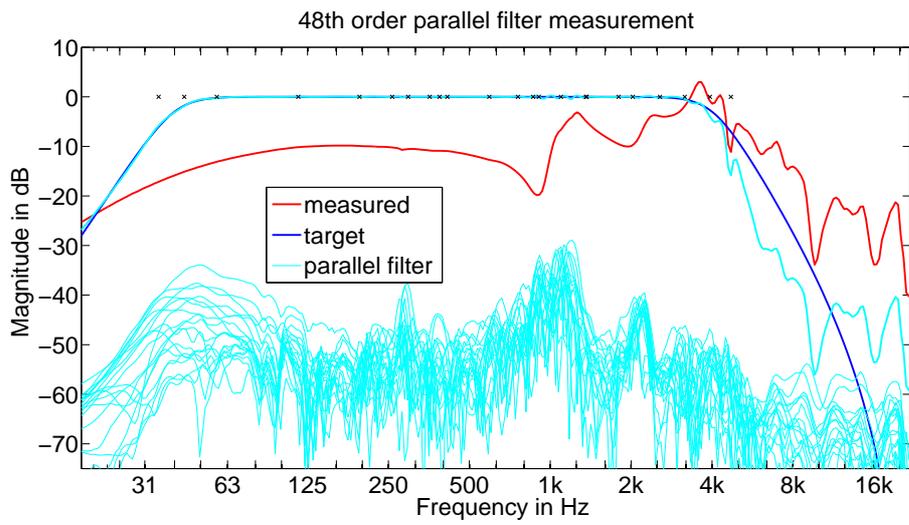


Abbildung A.15: Eingang 15

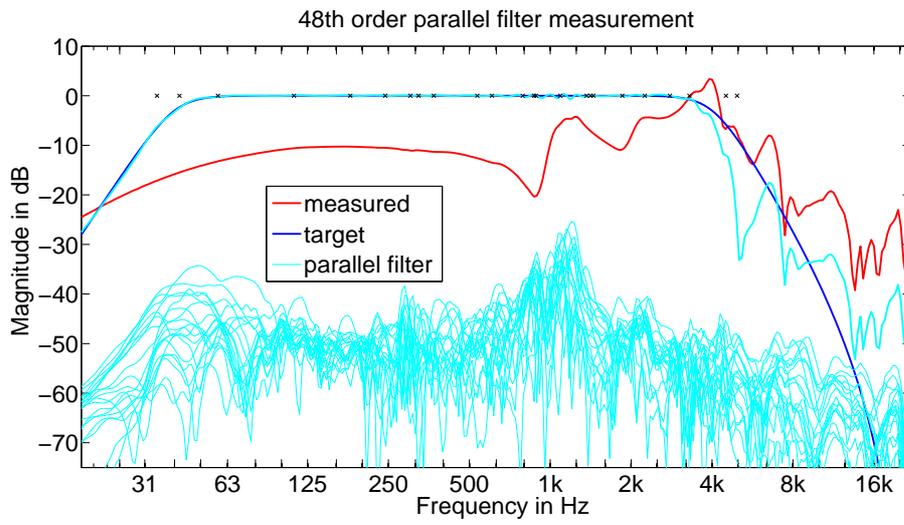


Abbildung A.16: Eingang 16

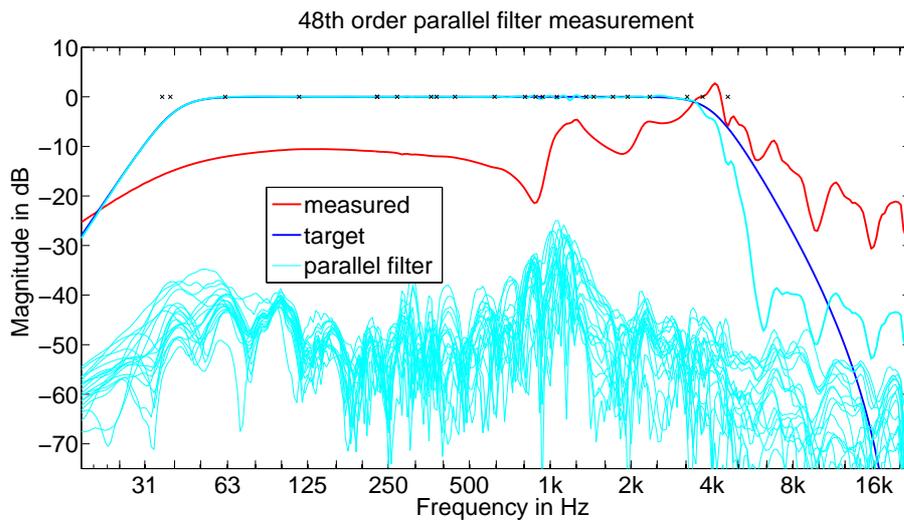


Abbildung A.17: Eingang 17

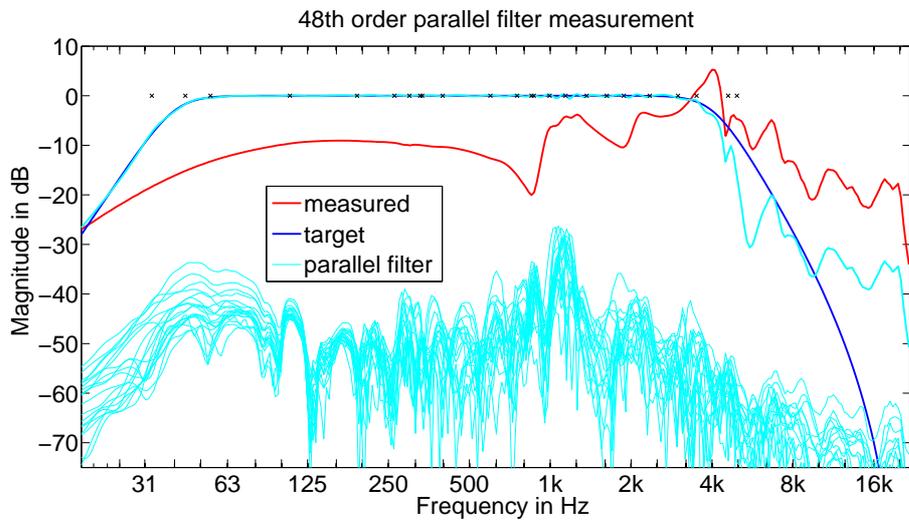


Abbildung A.18: Eingang 18

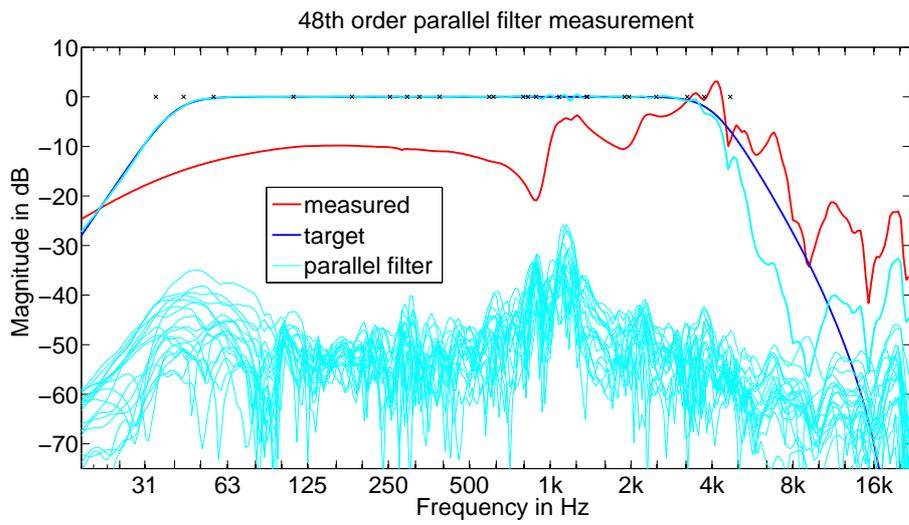


Abbildung A.19: Eingang 19

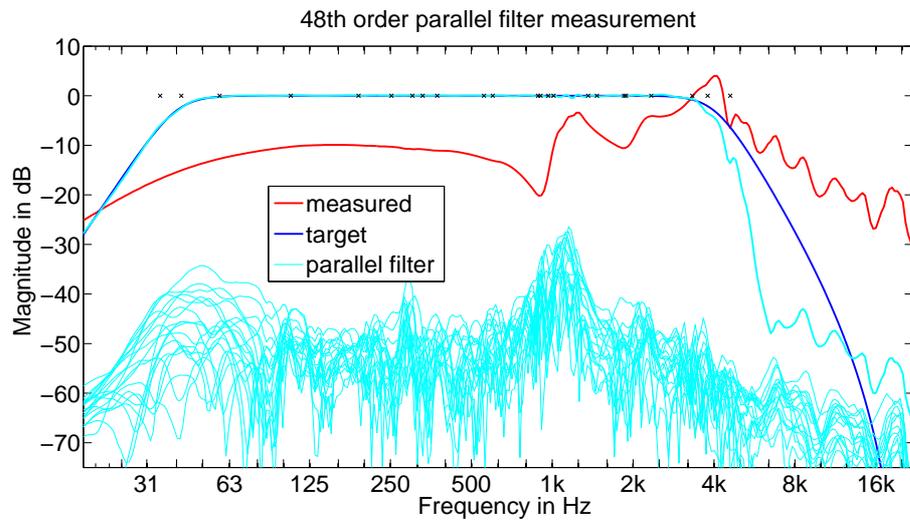


Abbildung A.20: Eingang 20

Anhang B

Vergleich verschiedener Anzahl von Polstellen und FFT-Längen

B.1 Fehler und Übersprechdämpfung für verschiedene FFT-Längen

Des Weiteren wurde in Kapitel (4.2.7) für eine optimale Entzerrung eine parallele MIMO-Filterbank mit 48 Polstellen gewählt und zum Vergleich eine FFT-Filterbank mit einer Blocklänge von 2048 Punkten. Im Folgenden ist der relative Fehler im Frequenzgang und die Übersprechdämpfung für verschiedene Blocklängen und Anzahl an Polstellen dargestellt.

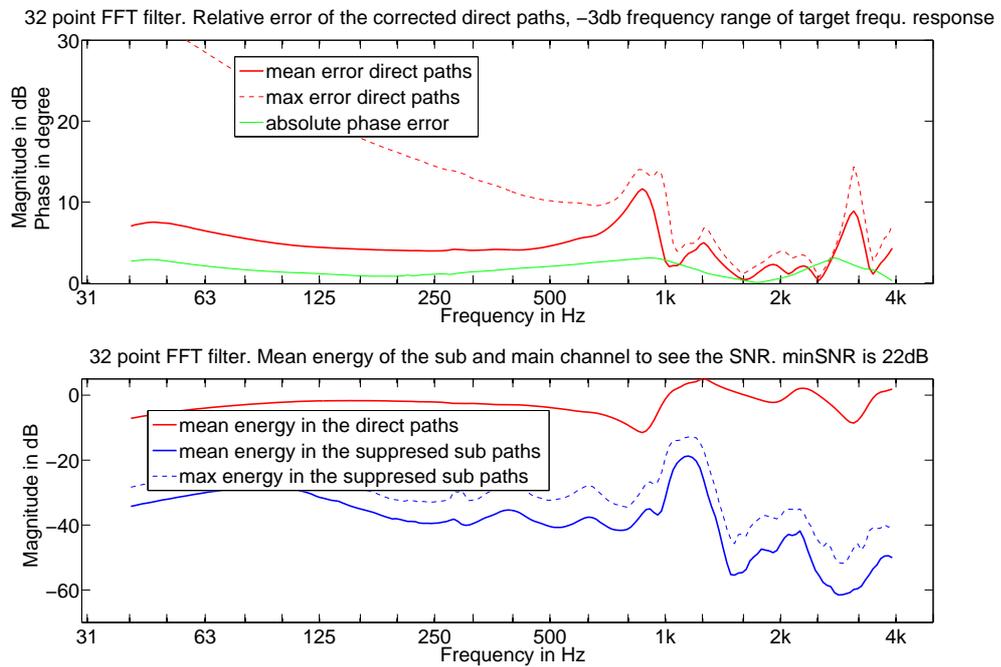


Abbildung B.1: FFT-Blocklänge von 32.

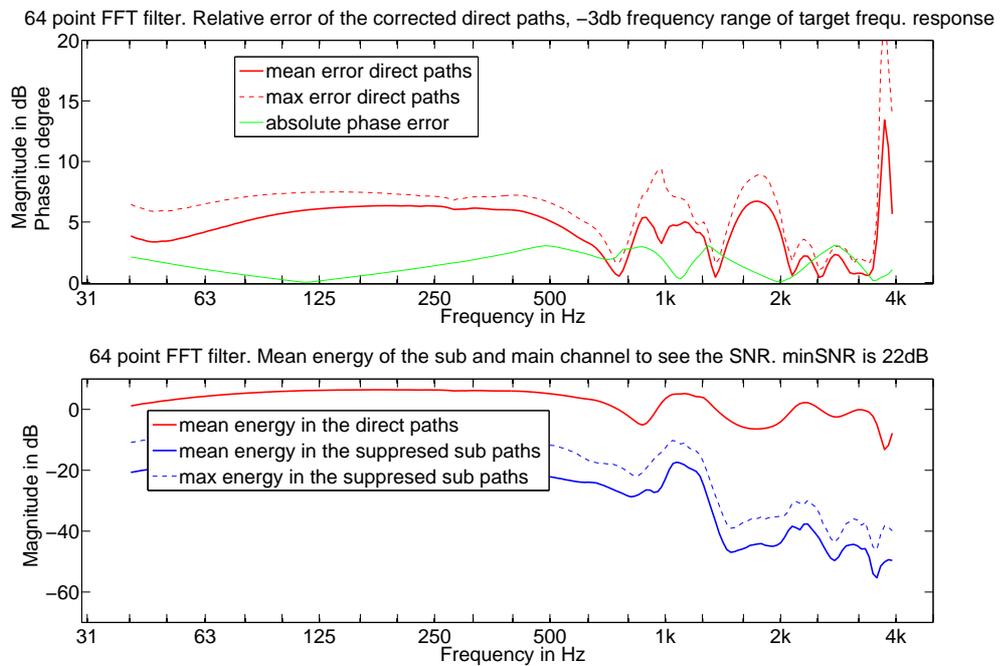
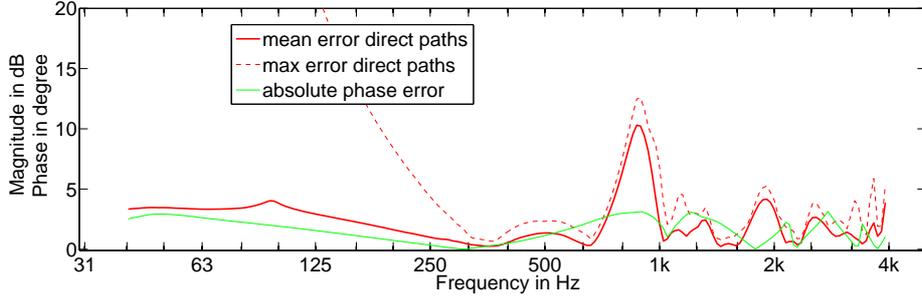


Abbildung B.2: FFT-Blocklänge von 64.

128 point FFT filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



128 point FFT filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 21dB

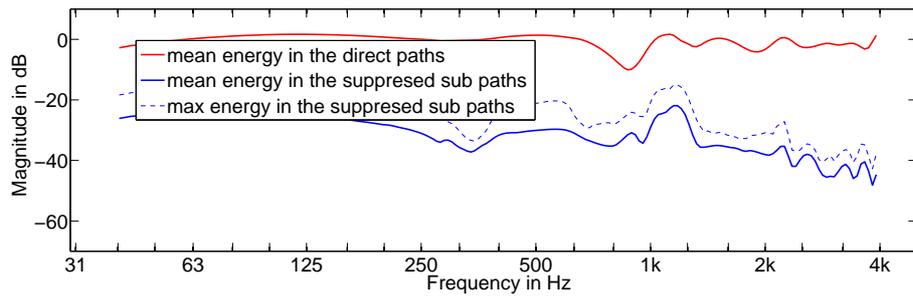
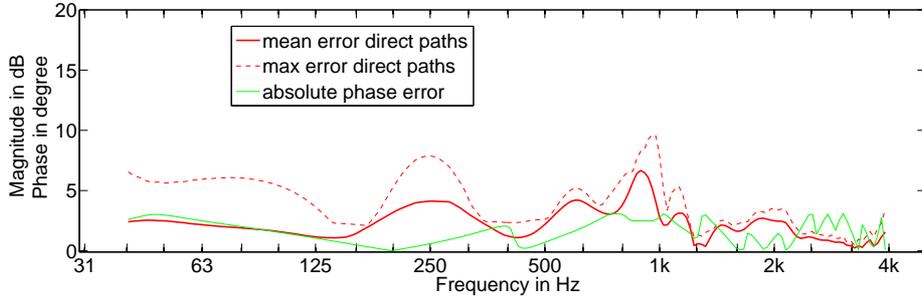


Abbildung B.3: FFT-Blocklänge von 128.

256 point FFT filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



256 point FFT filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 24dB

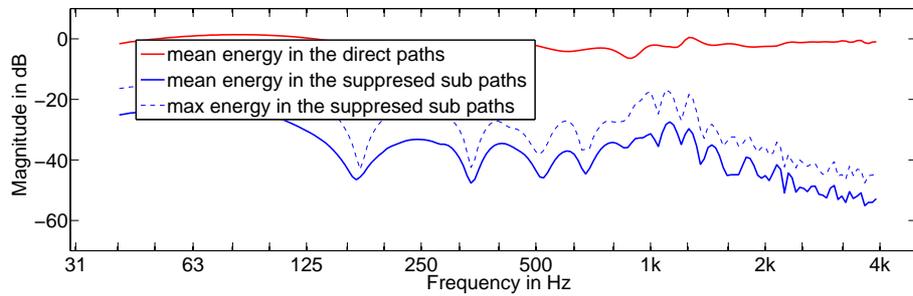
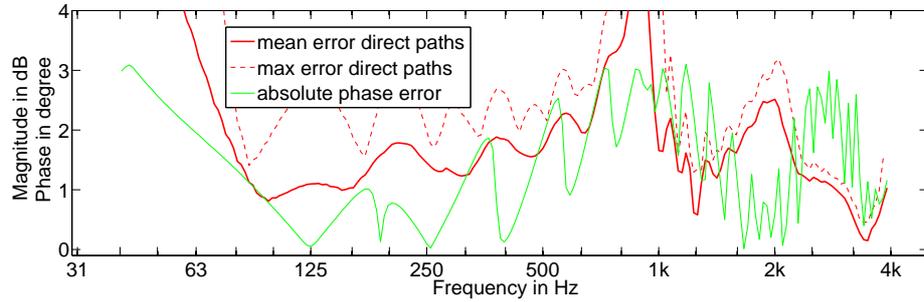


Abbildung B.4: FFT-Blocklänge von 256.

512 point FFT filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



512 point FFT filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 24dB

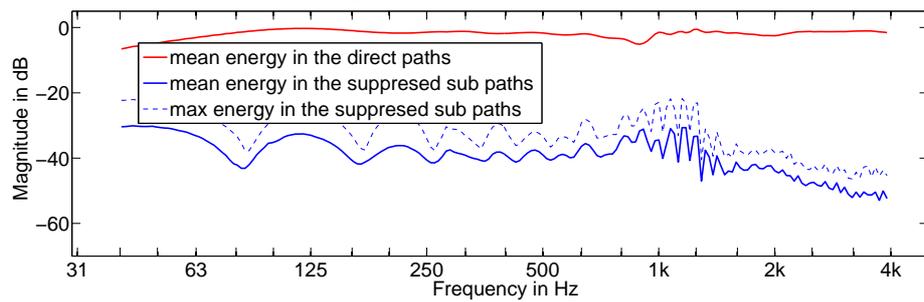
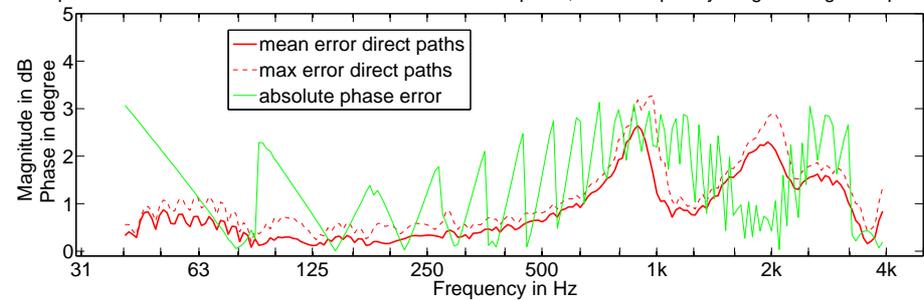


Abbildung B.5: FFT-Blocklänge von 512.

1024 point FFT filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



1024 point FFT filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 32dB

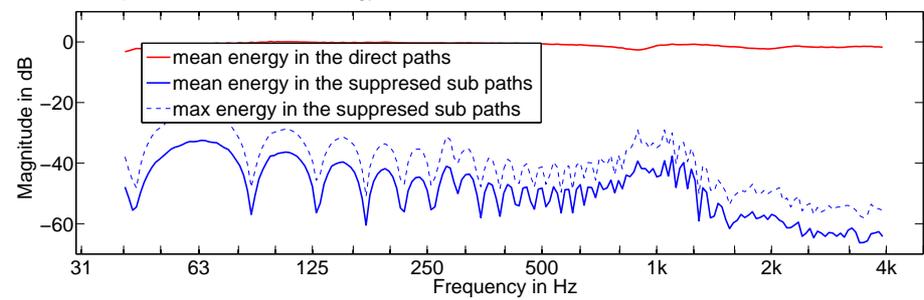
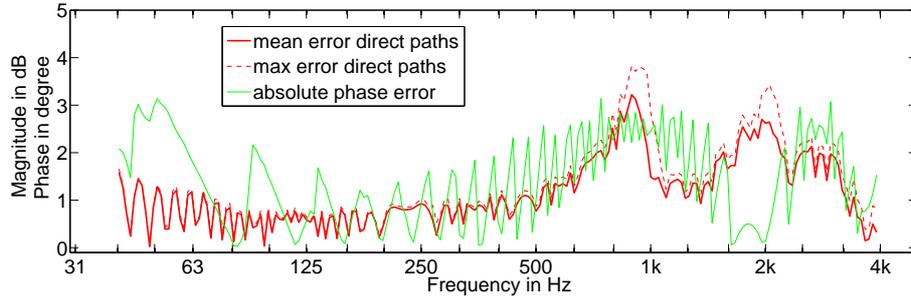


Abbildung B.6: FFT-Blocklänge von 1024.

2048 point FFT filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



2048 point FFT filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 39dB

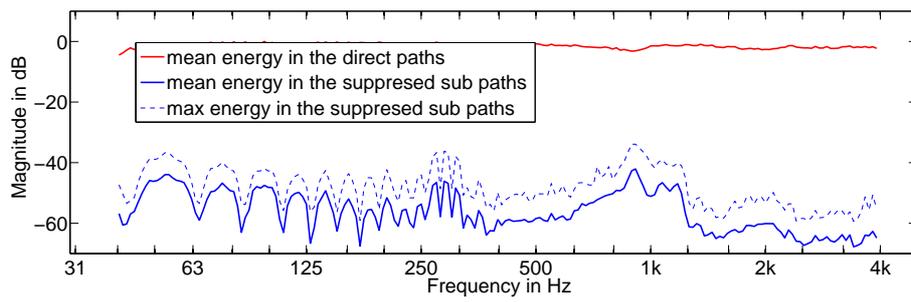
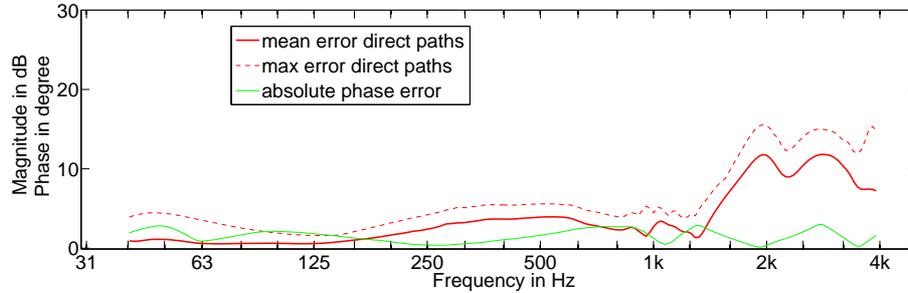


Abbildung B.7: FFT-Blocklänge von 2048.

B.2 Fehler und Übersprechdämpfung für verschiedene Anzahl an Polstellen

6th order parallel filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



6th order parallel filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 23dB

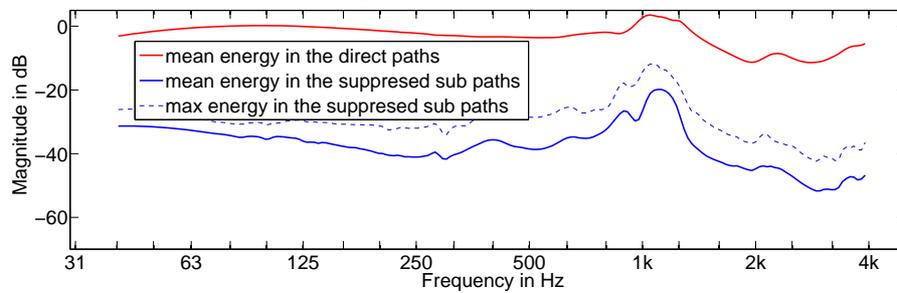
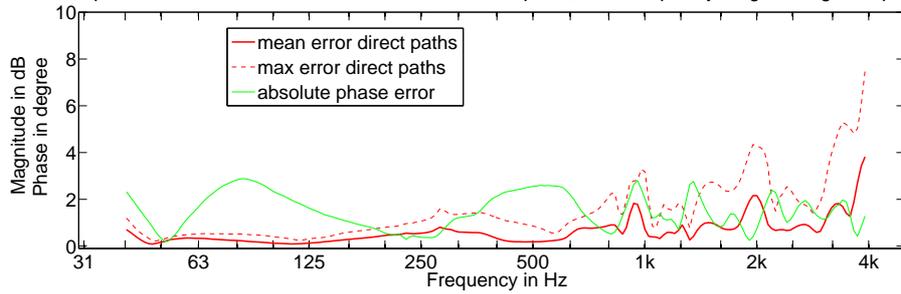


Abbildung B.8: Anzahl an Polstellen: 6.

12th order parallel filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



12th order parallel filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 24dB

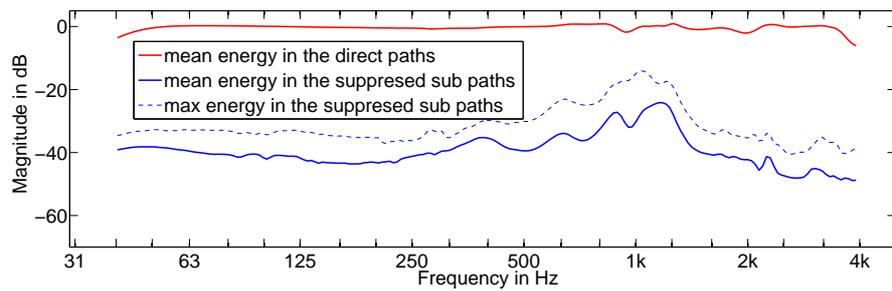
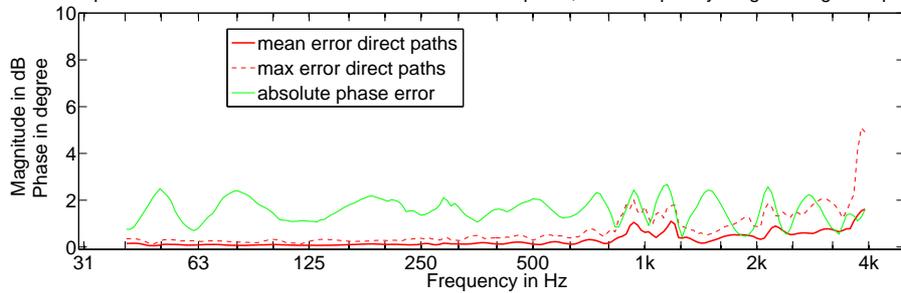


Abbildung B.9: Anzahl an Polstellen: 12.

24th order parallel filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



24th order parallel filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 27dB

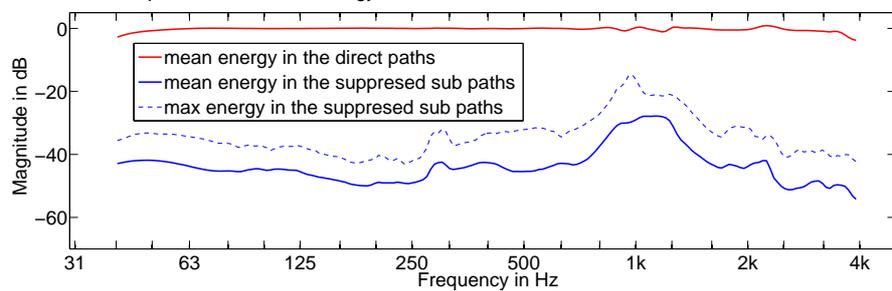
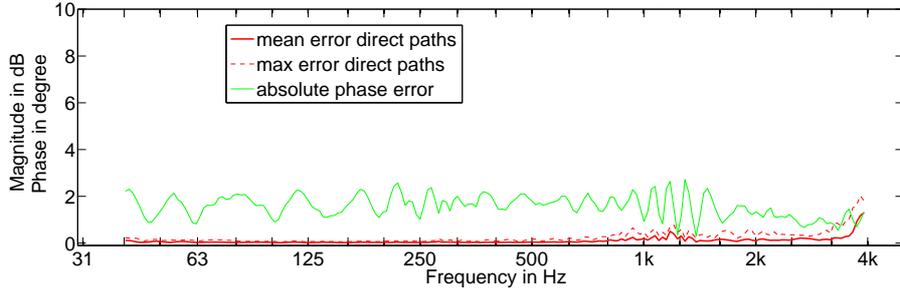


Abbildung B.10: Anzahl an Polstellen: 24.

48th order parallel filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



48th order parallel filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 33dB

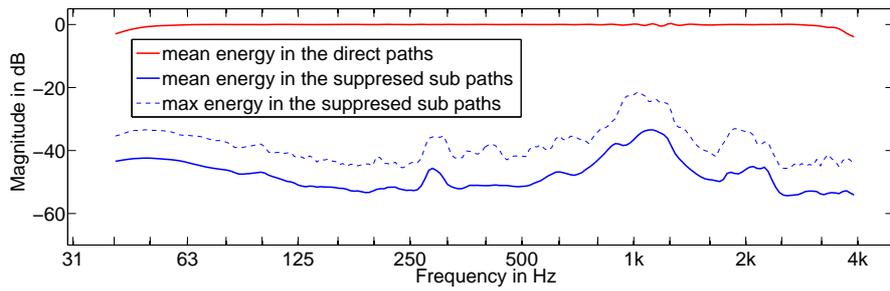
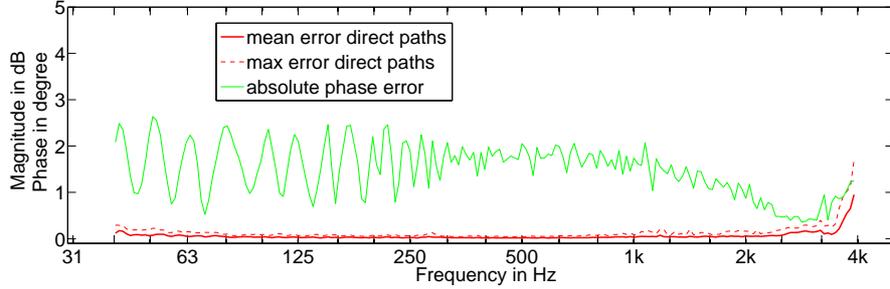


Abbildung B.11: Anzahl an Polstellen: 48.

96th order parallel filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



96th order parallel filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 37dB

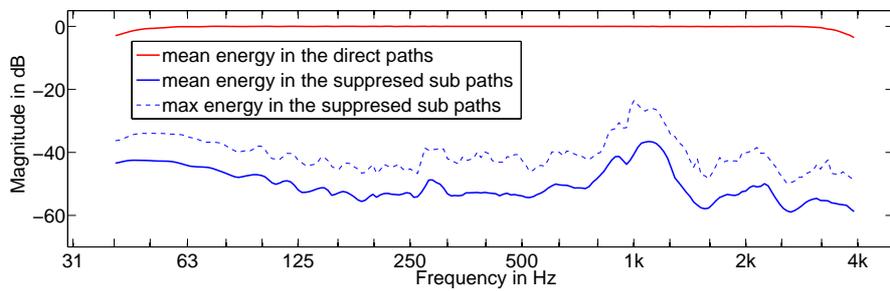
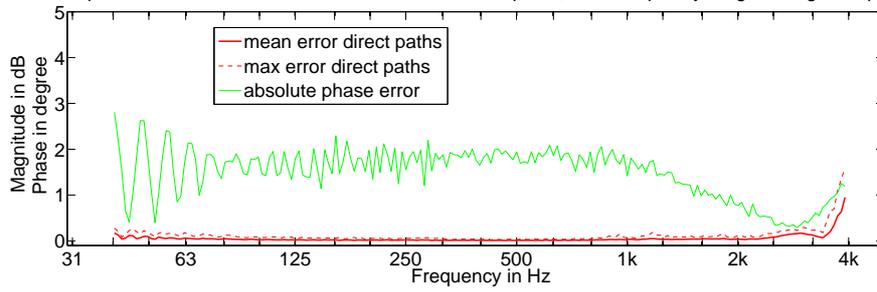


Abbildung B.12: Anzahl an Polstellen: 96.

192th order parallel filter. Relative error of the corrected direct paths, -3db frequency range of target frequ. response



192th order parallel filter. Mean energy of the sub and main channel to see the SNR. minSNR is 37dB

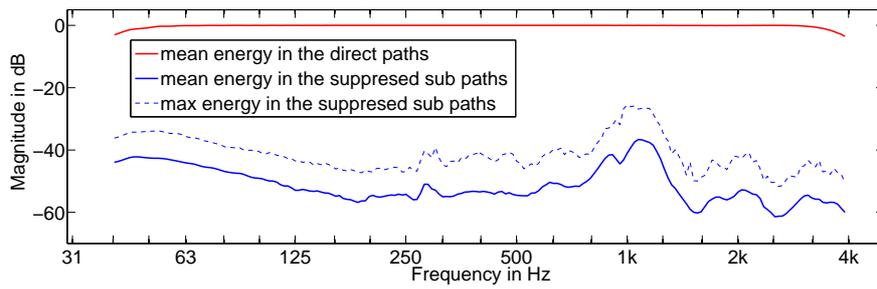


Abbildung B.13: Anzahl an Polstellen: 192.

Literaturverzeichnis

- [AJ00] K. L. S. V. V. U. K. L. A, Härmä M and H. J, “Frequency-warped signal processing for audio applications,” *Journal of the Audio Engineering Society*, vol. 48, pp.1011-1031, 11 2000.
- [Ban07] B. Bank, “Direct design of parallel second-order filters for instrument body modeling,” *International Computer Music Conference 2007*, vol. 1, pp. 458-465, 2007.
- [Ban10] —, “Audio equalization with fixed-pole parallel filters: An efficient alternative to complex smoothing,” *128th AES Convention Paper London 2010*, no. 7965, 2010.
- [Ban11] —, “Logarithmic frequency scale parallel filter design with complex and magnitude-only specifications,” *IEEE Signal processing letters*, vol. 18, pp. 138-141, no. 2, 2011.
- [Ban14] —, “A delayed parallel filter structure with an fir part having improved numerical properties,” *136th AES Convention Paper Berlin 2014*, 2014.
- [BPF11] R. Baumgartner, H. Pomberger, and M. Frank, “Practical implementation of radial filters for ambisonic recordings,” *ISCA*, 2011.
- [BR11] B. Bank and G. Ramos, “Improved pole positioning for parallel filters based on spectral smoothing and multi-band warping,” *IEEE Signal processing letters*, vol. 18, pp. 299-302, no. 5, 2011.
- [CJ07] P. R. Christian Jochum, “Ansteuerungsfiler für den ikosaederlautsprecher,” 2007.
- [FZH07] A. S. Franz Zotter and R. Höldrich, “Modeling a spherical loudspeaker system as multipole source,” *33.DAGA 2007, conference paper*, 2007.

- [FZN08] A. S. Franz Zotter and M. Noisternig, “Crosstalk cancellation for spherical loudspeaker arrays,” *34.DAGA 2008, conference paper*, 2008.
- [HD03] M. Horn and N. Dourdoumas, *Regelungstechnik: Rechnerunterstützter Entwurf zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Regelkreise*. Pearson, 2003.
- [Ker10] M. Kerscher, “Compact spherical loudspeaker array for variable sound-radiation,” Thesis, Institut für Elektronische Musik und Akustik, Kunstuni Graz, Technical University Graz, Graz, A, 2010.
- [Loe13] S. Loesler, “Schallfeldspezifische entzerrung bei radialfiltern begrenzter dynamik für das eigenmike,” Graz, A, 2013.
- [OSB04] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer, and J. R. Buck, *Zeitdiskrete Signalverarbeitung*. Pearson, 2004.
- [Pom08] H. Pomberger, “Angular and radial directivity control for spherical loudspeaker arrays,” Thesis, Institut für Elektronische Musik und Akustik, Kunstuni Graz, Technical University Graz, Graz, A, 2008.
- [Puc96] M. Puckette, “Pure data: another integrated computer music environment,” *Proceedings, Second Intercollege Computer Music Concerts, Tachikawa, Japan*, 1996.
- [SM65] K. Steiglitz and L. E. McBride, “A technique for the identification of linear systems,” *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 10, pp. 461-464, 10 1965.
- [TS02] U. Tietze and C. Schenk, *Halbleiter-Schaltungstechnik*. Springer, 2002.
- [Wil99] E. G. Williams, *Fourier Acoustics*. Academic Press, 1999.
- [ZF12] F. Zotter and M. Frank, “All-round ambisonic panning and decoding,” *J. Audio Eng. Soc*, vol. 60, no. 10, 2012.
- [Zot09] F. Zotter, “Analysis and synthesis of sound-radiation with spherical arrays,” PhD Thesis, Institut für Elektronische Musik und Akustik, Kunstuni Graz, Graz, A, 2009.
- [ZP12] F. Zotter and H. Pomberger, “Vorlesungsskriptum akustische holofonie und holografie, vo, 2012,” Ausgabe 2012.